

Sisukord

V ÕPPEMOODUL: VESINIKU KIIRGUSJOOENTE ENNUSTAMINE KVANTMUDELIGA	70
1 Elementide kiirgusspektri ennustamine	70
1.a Elementide kiirgusjooned: klassikaliselt mõistmata	70
1.b Materaia ja valguse kvantväljad	70
2 Balmeri mõistatuslik valem	71
2.a Taas Pythagorase täisarvude olemusest	71
2.b Balmeri valem ja vesinikuspekter	72
3 Lained ja täisarvud: seisulained	73
3.a Täisarvud ja naturaalsed ületoonid	73
3.b Täisarvud seisulainete lainepikkustes	74
3.c Täisarv-kordsed naturaalsete toonide sagedustes (Eigeni sagedused)	76
4 Seisvad elektronlained vesinikuaatomis	77
4.a Lainete sobitamine	77
4.b Osakese-laine dualism	79
5 Arvutused kvantaatomimudeliga	80
5.a Vesiniku aatomi suuruse ennustamine	80
5.b Vesiniku kiirgusjoonte ennustamine	81
6 Balmeri valemi tõlgendamine	84
7 Kolmemõõtmeliskus – orbitaalid	85
8 V õppe mooduli mõisted	87

TÕLGE



Autorile viitamine-mitteäriline eesmärk-jagamine samadel tingimustel
4.0 rahvusvaheline (CC BY-NC-SA 4.0)



Kasutamine järgmistel tingimustel:

- Autorile viitamine — te peate [kohaselt viitama](#), litsentsi lingi andma ning [näitama ära võimalikud tehtud muudatused](#). Seda võib teha mõistlikul viisil, kuid mitte selliselt, mis võib tekitada väärarusaama, et litsentsiandja tõstab teid või teie poolt teose kasutamist esile.
- Mitteäriline eesmärk — te ei või materjali kasutada [ärilistel eesmärkidel](#).

Te võite:

- jagada — materjali iga meediumi vahendusel ja igas formaadis kopeerida ja levitada
- kohandada — materjali segada, muuta ja täiendada

Litsentsiandja ei saa teile seda keelata, senikaua kui järgite litsentsi tingimusi.

Peate sellele tööle viitama järgmiselt:

Frans R., Tamassia L., Andreotti E. (2015) Quantum SpinOff Learning Stations. Art of Teaching, UCLL, Diepenbeek, Belgium



Quantum Spin-Offi rahastab Euroopa Liit LLP Comenius programmi kaudu (540059-LLP-1-2013-1-BE-COMENIUS-CMP).

Renaat Frans, Hans Bekaert, Laura Tamassia, Erica Andreotti

Kontakt: renaat.frans@khlim.be

See teave kajastab ainult teksti autori seisukohti ning Euroopa Komisjon ei ole vastutav selle informatsiooni kasutamise eest

Sissejuhatus 1. osasse: Milleks kvantfüüsika?

Õppemoodulite 1. osas uurime kvantfüüsika päritolu, alustades nähtustega, mida klassikaline füüsika ei suutnud seletada. Samm-sammult püüame neist nähtustest aru saada. Õppemoodulites käsitleme kõrvuti klassikalise füüsika ja kvantfüüsika mõisteid, et paremini aduda, kuidas kvantfüüsika on aidanud meil universumi toimimist mõista. Kuna klassikalise füüsika mõisted on kvantmaailma mõistmiseks väga olulised ja õppemoodulites leiavad käsitlust mõlemad, on iga peatüki lõpus toodud kokkuvõtte peamistest klassikalise füüsika ja kvantfüüsika mõistetest. See kokkuvõtte on harjutuse vormis, andes õpilasele võimaluse neid kahte "tüüpi" mõisteid eristada ja õpitud materjal veelkord üle vaadata.

Järgnevalt tutvustame iga õppemooduli sisu, et enne õppemoodulitega töö alustamist anda õpitavast parem ülevaade ja saada selgust, kust alustame ja kuhu välja tahame jõuda.

I õppemoodul: Seletamatu nähtus

Meie teekond algab elektronidega tehtava kahe pilu katsega: kas väikestel osakestel on kindel trajektoor, nagu näeb ette klassikaline füüsika? Kas saame vaadeldavaid nähtusi seletada, mõeldes elektronidest kui väga väikestest osakestest? Võrdleme kahe pilu katseid, mida tehakse liiva, elektronide ja valgusega, ning püüame mõista mateeria ja valguse loomust – kas saame ikka veel tõmmata selge piiri meie maailma lainelise ja osakeseline käitumise vahele?

Seejärel püüame seletada molekulide omadusi, mida klassikaline füüsika ei ole suutnud siiani seletada. Vaatame elementide kiirgus- ja neeldumisspektreid ning mõtleme, kas need on seletatavad Rutherfordi klassikalise aatomimudeliga või vajame selleks hoopis kvantfüüsika mõisteid.

II õppemoodul: Mis on valgus?

II õppemoodulis alustame kahe pilu katse tulemustest ja keskendume valguse loomusele. Valguse käitumise mõistmine aitab meil paremini aru saada kõigi osakeste käitumisest ning I õppemoodulis tehtud vaatlustest. Siin on peamiseks küsimuseks, kas valguse käitumist saab seletada, mõeldes valgusest kui osakestest koosnevast kiirest või hoopis kui lainest. Seda uurime klassikalise füüsika abil ning tutvume valgusteooriate ajalooga.

III õppemoodul: Mis võngub valgusega?

Kui valgust pidada laineks, siis peame uurima, mis paneb valguslained võnkuma ja levima. Uurime seda klassikalisele füüsikale tuginedes ning võrreldes valgust mehaaniliste lainetega. Süüvime ka klassikalise füüsika "välja" mõistesse, mis on üheks põhimõisteks ka kvantfüüsikas.

IV õppemoodul: Osakese-laine dualism

Eelnevates õppemoodulites käsitlesime valguse kui laine omadusi, seletades neid klassikalise füüsika abil. Nüüd on aeg astuda samm edasi ja uurida valguse kvantloomust. Mis juhtub, kui teeme kahe pilu katse madala intensiivsusega valgusega? Kas valgus tundub endiselt käituvat ainult lainena? Või näib sel olevat ka osakeselisi omadusi? Selles õppemoodulis arvutame valguskvandi energia, kasutades selleks Plancki-Einsteini võrrandit. Osakese lainepikkuse arvutamiseks tuginame de Broglie' hüpoteesile. Nii avastame, et laine-osakese dualism on valguse ja mateeria üks põhiomadusi.

V õppemoodul: Vesiniku kiirusjoonte ennustamine kvantmudeliga

Meie teekonna selles punktis oleme juba tuttavad põhimõistetega, mis on vajalikud selliste nähtuste mõistmiseks, mis ei ole seletatavad klassikalise füüsika abil. Lähme tagasi elementide diskreetsete kiirus- ja neeldumisjoonte juurde ning püüame omandatud teadmiste abil neid mitte ainult seletada, vaid ka arvutada välja vesiniku kiirusjoonte sagedused.

Kõik õppemoodulid on kättesaadavad projekti veebilehel www.quantumspinoff.eu.

Soovime teile põnevat teekonda läbi tillukeste asjade füüsika, millel on hiiglaslikud rakendusvõimalused!

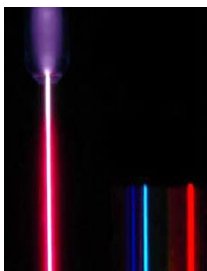
V õppemoodul: Vesiniku kiirgusjoonte ennustamine kvantmudeliga

1 Elementide kiirgusspektri ennustamine

1.a Elementide kiirgusjooned: klassikaliselt mõistmata



On hästi teada, et aatomid võivad kiirata valgust ja meie näeme, et elemendispekter koosneb väga täpsetest diskreetsetest kiirgusjoontest. Siiski *ei saa* seda nähtust seletada klassikalise aatomimudeliga, nagu Rutherford. **Klassikaline füüsika ei saa selgitada, kuidas saavad aatomid kiirata diskreetseid värvijooni.** Seda probleemi käsitleti veidi juba esimeses õppemoodulas.



Kuna me praeguseks teame valguse kvanttunnuseid, valguslaine ja -osakese kaksikolemust, võime minna edasi ning selgitada keemiliste elementide diskreetseid kiirgusjooni.

Niels Bohr ja **Louis De Broglie** olid esimesed, kes arutlesid Rutherfordi aatomimodeli üle ning arendasid välja **aatomi kvantmudeli**, mis arvestas valguse ja materia kvantomadusi. Tänu nende uuele käsitlusviisile aatomi struktuurist sai võimalikuks selgitada mitte ainult kiirgusjooni, vaid ka palju tähtsaid materia ja valguse füüsikalisi ning keemilisi omadusi.

Näiteks vesiniku või heeliumi peenikesed kiirgusjooned annavad meile õrna ettekujutuse põhilistest kvantide vahetustest materia ja valguse vahel aatomites. Valgus, mida aatomid kiirgavad, koosneb täpsetest joontest. Õppemoodulis oled näinud mõne elemendi ilusaid kiirgusjooni ja oled mõõtnud nende täpset lainepikkust.

1.b Materia ja valguse kvantväljad

Topeltpilude katse näitab, et materiaosakesed ei saa olla „lihtsalt“ osakesed. Kuidas saab üks osake läbida korraga kahte eraldi ava ühel ajal? Valguslained ei saa samuti olla 'lihtsalt' lained: nad avastatakse ekraanilt footon footoni haaval. Kvantteooria ülitähtis omadus on *osakese-laine dualism*.

Kuidas saab keegi *osakese-laine dualismi* visualiseerida? Kvantvälja teooria elementaarosakesi, näiteks elektrone, vaadeldakse **välja kvantidena, materioväljana**. De Broglie hüpotees, mis elab edasi kvantväljade teoorias, seisneb selles, et mingisugune kvantmateriovälja peab olema seotud materiaosakesega. Materioväljad tulenevad sellest materioväljast. Valgusosakesi – footoneid – omakorda vaadeldakse **elektromagnetväljade kvantidena** ja seepärast tulenevad nad sellest elektromagnetväljast.

Osakese-laine dualism annab mõista, et me tõepoolest saame määrata elektroni lainepikkust. De Broglie seos väljendab seda vastavust koguseliselt. Kirjuta De Broglie hüpotees veel kord sija välja:

$$\lambda = \dots\dots\dots$$

Nagu näha, pead Sa teadma elektroni liikumishulka (impulssi) p (osakeste omadust), et arvutada selle lainepikkus (lainete omadus). Me teame, et klassikalise massiosakese m liikumishulk p koos kiirusega v teeb kokku $\dots\dots\dots$. See seos jääb kvantteoorias muutumatuks.

Siinse õppemoodulikeskne küsimus on järgmine:

**Kui me mudeldame elektroni vesinikuaatomis
lainena koos De Broglie lainepikkusega,
siis kas me saame ennustada diskreetseid vesiniku kiirgusjooni?**

Siinses õppemoodulis me kasutame *De Broglie kvantaatomi mudelit*, et:

- (a) *kvalitatiivselt* selgitada elementide diskreetseid kiirgusjooni;
- (b) *kvantitatiivselt* ennustada diskreetseid vesiniku kiirgusjooni.

See tähendab, et me mitte ainult ei konstrueeri mudelit, millega selgitada seda, miks diskreetsed kiirgusjooned tekivad, vaid sellesama mudeliga oleme ka võimelised arvutama täpseid vesinikujoonte **sagedusi**. Me saame võrrelda oma mudeli kvantitatiivseid ennustusi mõõdetud väärtustega!

Kuna me plaanime teha oma mudeliga kvantitatiivseid ennustusi, siis on kasulik võtta kõigepealt aega, et vaadelda vesiniku kiirgusspektri mõõdetud sagedusi. Need sagedused järgivad tähelepanuväärset **täisarvude** mustrit. Louis De Broglie't innustas kvantaatomi mudelit looma just see kummaline vesiniku kiirgusspektri matemaatiline struktuur.

2 Balmeri mõistatuslik valem

2.a Taas Pythagorase täisarvude olemusest

Jakob Balmer, šveitsi matemaatikaõpetaja, oli **lummatud täisarvudest** füüsikalise ilminguna (nagu **Pythagoras** 2500 aastat varem). Ta uuris ka elementide diskreetseid kiirgusjooni ja 1885. a avastas ta, et kõiki sageduste mõõdetud väärtusi saab väljendada väga kompaktses vormis ühe matemaatilise valemiga. See valem tähendab *lihtsat „mängu“ täisarvudega*.

Balmeri valem on järgmine:

$$f_{n_2 \rightarrow n_1} = cR \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

kus n_1 ja n_2 on **kaks täisarvu**, c valguse kiirus ja R empiiriline konstant (see on mõõdetud katsega): $R = 1,0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

Kui täita valem täisarvudega, siis saame teada vesiniku kiirgusjoonte täpsed sagedused! Suurepärase tulemus, kuid Balmer ei teadnud, *miks* saab kiirgusjooni kirjeldada selle pigem müstilise täisarvudega valemiga. Siiski oli idee, et diskreetsed kiirgusjooned on seotud täisarvude seeriaga, juba õige seos. Kvantteooria selgitab täpselt, kust need täisarvud tulevad. Täpselt nii nagu 2500 aastat varem, tulid täisarvud mängu seoses **muusikatoonidega!**

2.b Balmeri valem ja vesinikuspekter

Balmeri valemis on kaks naturaalarvu: n_1 ja n_2 , kus $n_2 > n_1$. Näiteks saad Sa võtta $n_1 = 2$ ja varieerida n_2 -ga: $n_2 = 3, 4, 5, 6 \dots$ Nii leiad täpselt need sagedused, mis vastavad nähtud värvidele vesiniku kiirgusjoontes!

Kontrollime üle!

Võta $n_1=2$ ja vali $n_2=3$: millise sageduse f Sa saad? Arvuta! (Hoi a täpsuse aspektist kolme olulist numbrit).

Punane joon: $f_{3 \rightarrow 2} = \dots$

Ja kui sa valid $n_2=4$?

Sinakasroheline (türkiis) joon: $f_{4 \rightarrow 2} = \dots$

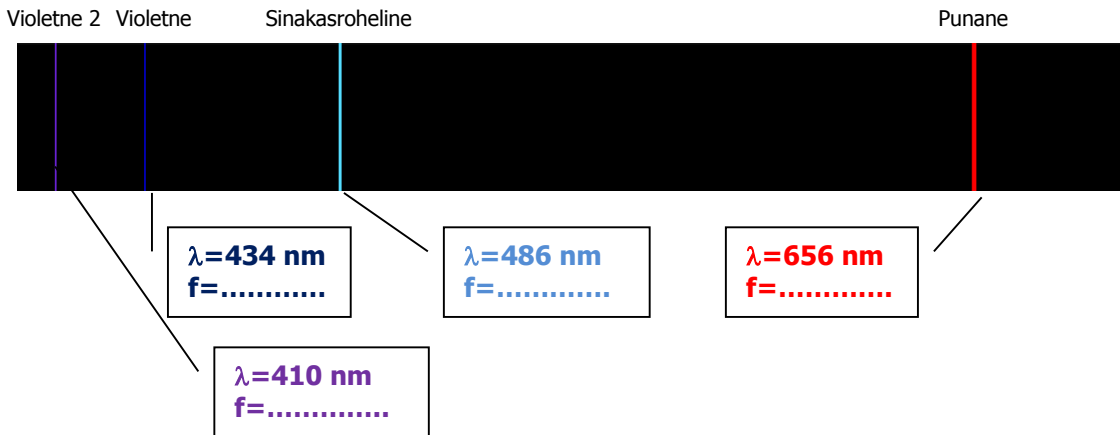
Ja kui sa valid $n_2=5$?

Violetne joon: $f_{5 \rightarrow 2} = \dots$

Ja kui sa valid $n_2=6$?

2. violetne joon: $f_{6 \rightarrow 2} \dots$

Võrdle arvatatud väärtusi nelja alloleva nähtava vesinikujoone mõõdetud sagedustega (pööra tähelepanu asjaolule, et alltoodud joonis annab lainepikkused ja Sinul tuleb kõigepealt teha kindlaks vastavad sagedused; otsi sobivat valemit eelmisest õppemoodulist).



Kas Balmeri valem kirjeldab vesiniku kiirgusjooni hästi?

Jah/Ei

Kui sa valid $n_2=7$ ja ikkagi määrad $n_1=2$, siis mis sa sageduseks saad?

joon: $f_{7 \rightarrow 2} \dots$

mis annab lainepikkuseks:

violetne 3 $\lambda = \dots$

Kas me näeme seda kiirgusjoont? (Vihje: kontrolli elektromagnetlainete spektrit eelmisest õppemoodulist).

.....

Selle viimase arvutusega oleme tegelikult ennustanud viienda joone olemasolu, mida me ei näinud! See joon eksisteerib ja seda mõõdetakse asjakohase spektrometriga.

Kui valid n_1 ja n_2 teised väärtused, siis leiad teisi olemasolevaid jooni, mida me samuti varem ei näinud meie ainsa detektori, inimsilma piiratud võimete tõttu! Näiteks kui sa arvutad joonteseeria koos $n_1=1$, siis saad UV-spektri jooned (lühemad lainepikkused ja kõrgemad sagedused nähtavate joonte suhtes). Ka nemad eksisteerivad ja ka neid saab mõõta spektrometriga.

3 Lained ja täisarvud: seisulained

3.a Täisarvud ja naturaalsed ülemtoonid

Isegi kui Johann Balmer ei teadnud, miks tema valem toimis, sai selgeks, et täisarvud peaksid nii või teisiti olema füüsikalises mudelis, et selgitada diskreetset aatomi kiirgusspektrit.

De Broglie kvantteooriast teame, et elektron on materiarvälja kvant ja me saame määrata elektroni lainepikkuse.

Broglie mängis muusikat ja ta oli hästi tuttav selle füüsikaga. Seal on lainetel ja täisarvudel keskne osa. Võib-olla oled juba kuulnud harmoonilistest toonidest (ülemtoonidest) muusikatoonis.

Kui mängid muusikariista, kus Sa ei „muuda midagi“ – näiteks puhkpilli, mille puhul Sa ei ava ega sulge ühtegi auku, või keelpilli, kus sa ei muuda keelte pinget ega pikkust –, siis saad tekitada täpseid tooniseeriaid. Sellises muusikariistas on kõige madalam toon, mida keegi saab tekitada, pooltoon. Järgmisel võimalikul toonil on sagedus, mis on kaks korda nii kõrge kui pooltoonil. Ja sellest järgmisel toonil on kolm korda kõrgem sagedus kui eelmisel jne. Sellise instrumendiga saad sa **tekitada ainult neid toone, mis moodustavad diskreetseid seeriaid**, kus iga tooni sagedus on **pooltooni täisarvu-kordne**. Teised toonid pole võimalikud.



Alpisarve naturaalse toonide seeria.

Need toonid, mida Sa saad selle muusikariistaga mängida, on pooltooni täisarv-kordsed

De Broglie oli väga teadlik seisulainete seeria täisarvude rollist keeles või torus ning ta hakkas pead murdma, kas elektronlained aatomis saavad käituda nii nagu ülemtoonid sellises muusikariistas.

Kas on võimalik, et samal viisil, nagu me kuuleme naturaalseid toone, mida on tekitanud muusikariist, näeme me aatomites elektronlainete „toone“ kiiratud värvide vormis?

Isegi kui see arutluskäik võib esmapilgul kummaline tunduda, otsustame seda järgida ja vaadata, kas elektronlained, mis on aatomituuma ümber, saavad käituda laienetena nõõril.

3.b Täisarvud seisulainete lainepikkustes

1963. aastal peetud intervjuus kirjeldas Louis de Broglie, kuidas ta tuli elektronlainete ideele:

... see oli suvel 1923 – mul tuli idee, et seda dualismi peab laiendama materiaosakestele, eriti elektronidele ..., kvantilingutes saadakse kvantarvud, mida mehaanikas leidub harva, kuid mis esinevad väga sageli laineilingutes ja kõigis lainelise liikumisega seotud probleemides. (Allikas: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Broglie.html>)

Järgmisena uurime, kas sarnane käitumine võib ilmnedu mateerialainete puhul, mis on seotud elektronidega aatomis. Kuid vaadake esmalt seisulaineid nööriil.

i) Seisulained nööriil:

Vaadake sinusoidlaine, mis liigub ühest küljest kinnitatud nööriil. Vaata parempoolset joonist. Mis juhtub siis, kui pulsslaine jõuab nööri kinnitatud lõpuosani?



.....

Mis hakkab juhtuma siis, kui vahepeal on startinud teine pulsslaine vasakult poolt? (Vihje: mõtle sellele, mida me oleme näinud seoses superpositsiooni ja interferentsiga)



.....

Mis juhtub siis, kui me teeme pulsslainete asemel uue katse pidevate sinusoidlainetega?



.....

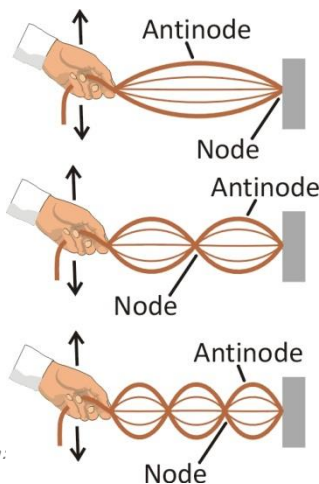
Kontrolli, kas Sinu idee kattub teooriaga (inglise keeles): <http://www.walter-fendt.de/ph14e/stwaverefl.htm>



Katse. Nüüd teeme ise katse nööriiga, mis on ühest otsast kinnitatud. Võta pigem pikk nöör. Lase kellelgi nööri ühte otsa kinni hoida ja las teine isik liigutab teist otsa üles-alla, et tekiks võimalikult korrapärane võnkumine. Sel viisil tekitad Sa sinusoidlaine hea lähenduse. Käe üles-alla liikumise sagedus on ühtlasi nööri tekitatud laine sagedus. Proovi eri sagedusi. Kas Sa tekitad alati stabiilse laine?

.....

Sõltuvalt nööri otsa võnkumise sagedusest tekitad Sa nööri kaootilise liikumise, mis hääbub väga kiiresti, või tekitad suurepärase stabiilse laine, millel on suur amplituud.



Miks on mõni tekitatud lainetest stabiilne, aga teised hääbuvad nii kiiresti?

„Allesjäävad lained“: seisulained. Tegelikult on need lained tekitatud konstruktiivse superpositsiooni (kokku liitmise) poolt liikuvate lainete edasi-tagasi liigutamisel nööri. Nad on seisvad seepärast, et kui Sa neid vaatad, siis jääb mulje, nagu nad ei liiguks üldse.

Toodud joonisel võid näha esimese kolme seisulaine konfiguratsiooni nööris.

Kas nööris võib tekkida ka mõni juhuslik laine (kui me ei muuda pikkust, pinget ega paksust)?

.....

ii) Lainete superpositsioon suletud ruumis: kvantiseerimine

Mõni sagedus ei anna tõepoolest stabiilseid laineid. See tähendab seda, et lained, mis liiguvad nööris edasi-tagasi, liituvad *destruktiivselt* ja hävitavad üksteist.

Selle tulemusena saame ainult võimalike lainete täpseid seeriaid nööril.

Millised lained liituvad konstruktiivselt? Millised sagedused sellistel lainetel on? Kas need lained ei ole mitte need, mis „sobivad“ täpselt nööri pikkusega? Et saada konstruktiivne interferents, näeb laine samasse punkti jõudes välja täpselt samasugune nagu enne. Sel viisil liitub ta ise ja saab tugevamaks.

Kui nööril on pikkus L , siis millise distantsi peab liikuv laine katma, et jõuda tagasi alguspunkti?

.....

Milline on miinimumdistants, mille sinusoidlaine lainepikkusega L peab katma, et olla identne sellega, mis ta oli alguses?

.....



Kas pärast seda, kui on kaetud distants, mis on võrdne lainepikkuse täisarv-kordsega, on laine identne sellega, mis ta oli alguses?



Jah/Ei



Mis on siis lainepikkuse λ ja L suhe, tagades, et laine nööris interfereerub konstruktiivselt?

..... (1)

Siinoleval joonisel on näha kitarrikeele kolme esimese laine konfiguratsioonid. Kui pikk on esimese seisulaine lainepikkus nööri pikkuse L tingimustes?

$\lambda_1 =$

Ja teise?

$\lambda_2 =$

Ja kolmanda?

$\lambda_3 =$

Joonista neljas võimalik laine siia:

Millega on λ_4 võrdne pikkuse L tingimustel?

$\lambda_4 = \dots\dots\dots$

Nüüd kirjuta üles **üldvalem kõigi lainepikkuste seeriade jaoks nööri pikkuse L funktsioonina**, kasutades täisarvu n:

$\lambda_n = \dots\dots\dots$

Kas see tulemus ühtib sinu vastusega (1)? Kui mitte, siis korrigeeri oma vastust.

Pane tähele, et sa oled iseloomustanud seisulainete seeriaid **positiivsete täisarvude abil!**

3.c Täisarv-kordsed naturaalsed toonide sagedustes (Eigeni sagedused)

Me oleme teoreetiliselt tuletanud, et seisulained saavad tekkida ainult spetsiifiliste sageduste puhul. Kuid kas see vastab tõele ka praktikas? Vaata videot „Naturaalsed toonid“, mis kuulub siinsete õppemoodulite juurde (belgia ja inglise keeles: <https://www.youtube.com/watch?v=T2kaMr-BBeQ&feature=youtu.be>). Videot vaadates mõistad, et kuuled võimalike toonide seeriaid väga hästi. Füüsikud räägivad seepärast *Eigeni sageduste* seeriastest, mis käivad kaasas lainepikkuste seeriatega. Kas me saame nüüd tõlkida need seisulainete lainepikkuste seeriad võimalike Eugeni sageduste seeriatesse?

Kirjutagem lainepikkuste seeriad ümber sageduste seeriatena. Oletame, et laine liigub kiirusega v . Kuidas saad sa siis lainepikkust ümber kirjutada, pidades silmas sagedust ja kiirust (kui vaja, vaata eelmist õppemoodulit)?

$f_n = \dots\dots\dots$

Need sagedused on nööri ületoonid või Eigeni sagedused. Esimest sagedust nimetatakse põhisageduseks või esimeseks ületooniks. Teised sagedused või ületoonid on põhisageduse täisarv-kordsed.

Pane tähele, et kui nöör *ei ole* piiratud kindlaksmääratud ruumiga, siis saab lainesagedust muuta pidevalt. Kui aga laine on piiratud ruumis, näiteks nööris pikkusega L, siis ühesuunalised lained häirivad peegellaine liikumist vastupidises suunas. Sel viisil kõik lained hävivad peale *diskreetsete sageduste seeriade, mille puhul lained suudavad interferentsi üle elada*. Teiste sagedustega lained kaovad väga lühikese ajaga destruktivse interferentsi tõttu.

Piiratud lainete osas tekib **klassikaline kvantiseerimine**: muutuja (lainepikkus või sagedus), mis tavaliselt muutub pidevalt, saab nüüd omada ainult **diskreetseid väärtuseid**, mida iseloomustavad täisarvud.

Vaata videot "NaturalTones_Constructive_DestructiveSuperpositionOnString",
<https://www.youtube.com/watch?v=JPmOWK6Fseo&feature=youtu.be>

Püüa seal juhtuvat selgitada.

.....

4 Seisvad elektronlained vesinikuaatomis

4.a Lainete sobitamine

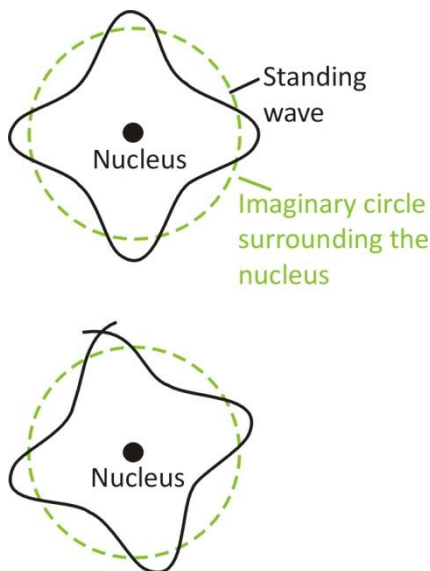
Rutherfordi katsed on näidanud, et materia koosneb positiivse elektrilaenguga tuumast ja negatiivse elektrilaenguga elektronidest. Elektrone leiab tuumast kindlal kaugusel.

Miks elektronid tuumast põgenevad ja miks nad jäävad tuuma ümber?

.....

Fakt, et elektron jääb sarnaselt vesinikule aatomis tuumast kindlale kaugusele, õpetab meile, et tuum peab avaldama elektronile jõudu, mis on piisavalt tugev, et **piirata** elektroni **suurust**. Elektronil ei lase põgeneda tuuma elektrivälja: elektron on tuumaga seotud ning peab jääma ja liikuma piiratud ruumis.

Kuid vastavalt De Broglie'le saab elektroni ennast samuti pidada materia (kvant)väljaks. See tähendab, et elektroni materiavälja maht on piiratud ega saa samuti põgeneda.



Seega elektroni materiavälja laine aatomis on 'piiratud laine'. Selle elektroni materiavälja lainet võib võrrelda lainega kinnitatud nööris!

De Broglie kvantaatomi mudel: aatomite muusika

Täpselt samamoodi nagu diskreetsete seisulainete seeriade puhul nööril oletas De Broglie, et aatomi elektronmateria laine saab eksisteerida ainult diskreetsete seisulainete seeriade konfiguratsioonides. Teised laine konfiguratsioonid, nagu näiteks nöör, hävivad destruktivse interferentsi mõjul väga lühikese ajaga.

De Broglie Model

Fitting Waves Around a Circle

Click and drag on the circle to change the circles radius.

Or drag the grey ball around to change the length of the wave.

When an exact number of wavelengths fits around a circle, the waves will be green. Otherwise they are red.

See how the wave only fits at certain "orbits"?

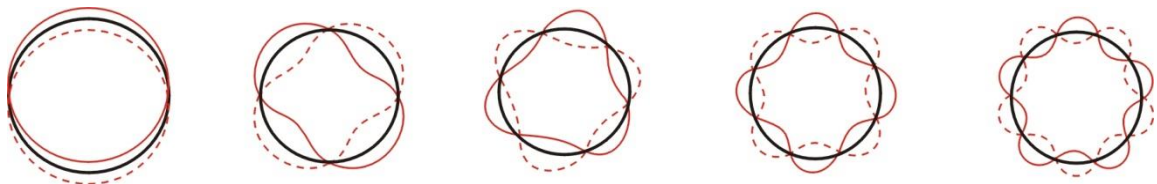
Kvantfüüsika: t

Uuri De Broglie hüpoteesi, mille kohaselt elektronlaine peab „enda ümber sulguma” piki ringi võnkumisel: see peab jätkuma sealt, kus see

lõppes. Kasuta alljärgnevat rakendust, et selle kohta lisateavet saada (inglise keeles): www.colorado.edu/physics/2000/quantumzone/debroglie.html



See on De Broglie mudeli olemus elektroni jaoks aatomis. **Elektronlaine peab sulguma piki ringikujulist teekonda tuuma ümber.** Ringi raadius r on elektroni keskmine kaugus tuumast. Uuri seda De Broglie ideed alljärgneva rakenduse abil (belgia keeles): fys.kuleuven.be/pradem/applets/RUG/bohr1/ (Allikas: Genti Ülikool)



Ülaltoodud joonistel võid näha esimest viit seisulainete konfiguratsiooni ringil. Nüüd tuletame matemaatilise kirjelduse, mis lõpuks võimaldab meil ennustada sagedusi (ja seega vesiniku kiirgusjoonte värvid!)

De Broglie elektronlaine on seega piiratud pikkusega, mis on samaväärne ringi ringjoonega. Kui suur on see pikkus raadiuse funktsioonina?

$L(r) = \dots\dots\dots$

Selleks et „ellu jääda“, peab laine edasi liikumisel *oma algolekusse tagasi tulema* (muidu ta kustutaks enda destruktivse interferentsi poolt). Sellega seoses on suur erinevus ümber tuuma paikneval elektronlaine situatsioonil ja kinnitatud otsaga nõõri situatsioonil.

Kui paljude lainepikkuste distantisi järel jõuab laine *ringil* oma algolekusse tagasi? Vihje: vaata uuesti Eigeni lainete joonistusi.

.....

Kui paljude lainepikkuste distantisi järel jõuab laine kinnitatud otstega *nõõri peal* tagasi oma algolekusse?

.....

Seega peab selleks, et laine elaks destruktivse interferentsi üle **otstest kinnitatud nõõril**, olema täidetud alljärgnev tingimus (seisulained otstest kinnitatud nõõril):

.....

Selleks, et laine elaks destruktivse interferentsi üle **ringil**, peab olema täidetud alljärgnev tingimus (seisulained ringil):

.....

Viimane täidetud võrrand annab **kvantiseeritud tingimuse** elektroni jaoks vesinikuaatomis. *Elektroni lainepikkus peaks olema täisarv korda ringi pikkus L .* Kirjuta see tingimus valemina:

See annab ümber tuuma olevate elektronide lainepikkuste ning elektroni ja tuuma kauguse r suhte:

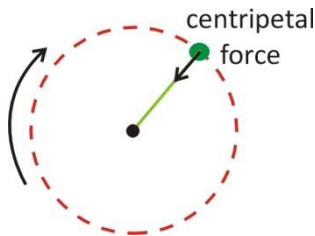
.....

Selle kvanttingimuse alusel saame hiljem arvutada elektroni võimalikud diskreetsed energiatasemed aatomis ja järelikult ka võimalike kiirataivate valguste energiad. See kvanttingimus laseb meil ka ennustada vesinikuaatomi suurust!

Asenda alustuseks elektroni lainepikkus ülalolevas valemis De Broglie hüpoteesi avaldisega, et saavutada alljärgnev:

..... (2)

4.b Osakese-laine dualism



De Broglie hüpoteesi ilu seisneb selles, et see võimaldab hinnata elektroni ühtaegu nii osakese kui ka lainena. **Elektronlaine peab „sõbituma“ tuuma ümber olevale ringjoonele.**

Kuna aga elektron liigub osakesena mööda ringi, peab elektronile mõjuma jõud, mis toimib tsentripetaaljõuna.

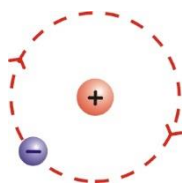
Missugune jõud toimib tsentripetaaljõuna tuuma ümber oleva elektroni puhul? Mis seda avaldab?

.....

Me teame Newtoni ringliikumise mehaanikast, et tsentripetaaljõu kiirus on pöördvõrdeline kaugusega ja kasvab ruutvõrdeliselt kiirusega:

$$F_{\text{centripetal}} = m \frac{v^2}{r}$$

$\frac{v^2}{r}$ is the centripetal acceleration



Coulomb oli avastanud, kuidas väljendada seda elektrijõudu kvantitatiivselt. Selle jõu suurus on otseselt proportsionaalne kahe tipmise osakese elektrilaengute korrutisega ning kasvab ruutvõrdeliselt kaugusega elektroni ja tuuma vahel.

Kirjuta Coulombi seadus siia (kui vaja, uuri järele):

.....

Elektrijõud, mida tuum avaldab, toimib elektronile *tsentripetaaljõuna*. See tähendab, et nende kahe jõu matemaatilised avaldised peavad olema võrdsed. Kirjuta vastav võrrand siia:

..... (3)

Ülaltoodud võrrandi puhul ära unusta, et elektrilaengute ja prootoni absoluutväärtused on mõlemad võrdsed e -ga: elementaarlaeng universumis.

5 Arvutused kvantaatomimudeliga

5.a Vesiniku aatomi suuruse ennustamine

Kui täisarv n suureneb, siis muutub elektroni ja tuuma vaheline kaugus

Täida n -väärtus, mis viib väikseima kauguseni võrrandis (4) koos kõiki konstantide väärtustega ning tee kindlaks väikseim võimalik kaugus elektroni ja tuuma vahel vesinikuaatomis:

$$r_1 = \dots\dots\dots (7)$$

See kaugus on nii tähtis, et sellel on koguni oma nimi: **Bohri raadius**. See annab kõige tõenäolisema kauguse elektroni ja tuuma vahel.

Otsi Bohri raadiuse kohta internetist lisa. Kas saadud tulemus on korrektne? (Sa võid leida nii Bohri raadiuse numbrilise väärtuse kui ka valemi. Mõnikord kirjutatakse see valem h asemel „ h -baariga“: h -baar on võrdne $h/2\pi$ -ga)

Bohri raadius annab kvantfenomeni pikkuse suurusjärgu.

Me oleme juba saavutanud üsna muljetavaldava tulemuse oma lihtsa kvantmudeli abil, kuid me peame minema ühe sammu edasi, et saavutada oma algne eesmärk: ennustada vesiniku kiirusjoonte sagedusi.

$$r = \dots\dots\dots (6)$$

Kontrolli oma vastust alltoodud tulemusega:

$$r = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

Kas me teame peale täisarvu n kõike võrrandi paremast poolest? Jah/Ei

Kui vastasid "Ei", siis mõtle veel paar sekundit. Elektroni mass ja elektrilaeng on teada ning universaalsed konstandid h ja ϵ_0 on samuti teada.

**Kvantaatomi mudeli abil oleme olnud võimelised
tegema kvantitatiivseid ennustusi
elektroni ja tuuma võimalike kauguste kohta!**

Need kaugused on **kvantiseeritud**, mis tähendab seda, et on vaid võimalike kauguste diskreetsed seeriad. Saab valida täisarvu n . Millise n -väärtuse jaoks me saame väikseima kauguse?

$$n = \dots\dots\dots (4)$$

Nüüd võta võrrand (3) ja eralda ka mv^2 . Saad järgmise:

$$\dots\dots\dots (5)$$

Suurused kahe võrrandi (4) ja (5) teisel poolel peavad olema võrdsed. See tähendab järgmist:

..... (5a)

Nüüd eralda kaugus r võrrandi ühel poolel (5a). Saad järgmise:

On aeg tuletada meie esimene konkreetne tulemus De Broglie kvantaatomi mudelist: me saame nüüd selle lihtsa mudeli abil ennustada **vesinikuaatomi suurust!** Selle jaoks piisab, kui lahendada võrrand (3) kauguse r jaoks.

Võta ruutvõrrand (2) ja eralda võrrandi vasakult poolelt mv^2 . Saad järgmise:

5.b Vesiniku kiirusjoonte ennustamine

1) Kvantiseeritud energiad

Oma kvantaatomi mudelis me kirjeldame elektroni De Broglie seotud välja kaudu. Sa oled äsja tõestanud, et mitte kõik elektroni ja tuuma vahelised kaugused pole selles kvantmudelis võimalikud. Võimalikud on ainult hulk diskreetseid kaugusi. See tähendab, et aatomi suurus on kvantiseeritud.

Nüüd me arvestame elektroni *koguenergiat* tuuma elektriväljas. Me kahtlustame, et elektroni **energia** aatomis võib olla ka **kvantiseeritud**. See tähendaks, et energia ei saa eeldada kõiki võimalikke püsiväärtusi, vaid ainult diskreetsete väärtuste kimpu. Nüüd kontrollime, kas see vastab tõele.

Kui elektron liigub mööda ringjoont kiirusega v , siis milline on tema kineetiline energia?

$E_k =$

Teisest küljest, kuna E_k võrdub $\frac{1}{2} mv^2$ ja tänu võrrandile (5), mis annab avaldise mv^2 jaoks, kirjutame E_k poolena võrrandist (5)

$E_k =$

Kolmandast küljest on elektronil potentsiaalne energia, sest ta asub tuuma elektriväljas: (Vihje: pööra tähelepanu märgile!)

$E_p =$

Milline on seega elektroni koguenergia? Sisesta juba saadud võrrandid koguenergia avaldisse.

$E_{\text{tot}} =$

Nüüd asenda r , kasutades võrrandit (6). Sel viisil tuleb mängu **täisnumber n !** Lõpuks peaksid saama järgmise avaldise:

$$E_{tot} = E_p + E_k = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad (8)$$

(Kui Sinu vastus pole korrektne, siis peaksid minema tagasi ja leidma vea!)

**Sa oled näidanud, et
elektroni koguenergia on
De Broglie aatomimudelis kvantiseeritud.**

Kui n muutub suuremaks, siis muutub elektroni koguenergia

$n=\infty$ valimine tähendab sellise elektroni arvestamist, mis on tuumast väga kaugel (vaata avaldist r jaoks). See on vaba elektron, mitte tuumaga seotud elektron. Mis juhtub energiaga, kui $n=\infty$?

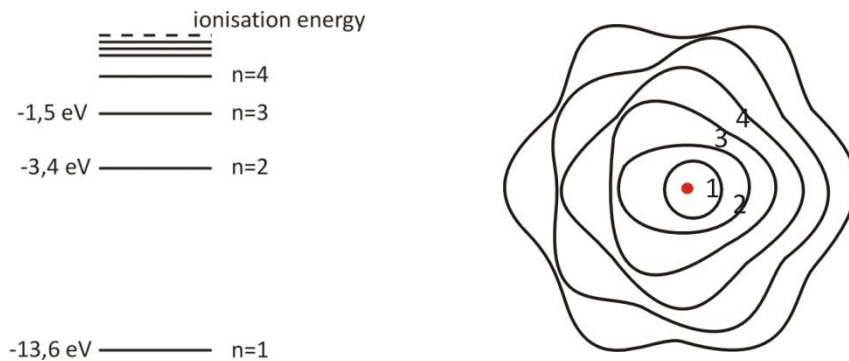
.....

Kui elektroni ja tuuma vaheline kaugus suureneb, siis muutub elektroni koguenergia

.....

Kas elektroni koguenergia muutub pidevalt? Jah/Ei

Me näeme elektroni võimalikke kvantiseeritud energiatasemeid vesinikuaatomis *võimalike võnketüüpide redelina* koos energia „pulkadega“, mis varieeruvad vastavalt täisarvu n väärtusele.



2) Kvantiseeritud energiaüleminekud

Nüüd me arvestame võimalusega, et **elektronlained lähevad ühelt diskreetselt võnketüübilt üle teisele võnketüübile**. Sellega nad saavad või kaotavad **kvantenergiat**. Me kahtlustame, et see **kvantenergia võib olla võrdne footonite kvantenergiaga, mida me vaatleme kiirgusjoontena ...** Sel juhul elektronvälja poolt kaotatud energia võetakse elektromagnetilise välja poolt. Kui kvantenergia on „suur“, siis me näeksime sinist valgust, ja kui kvantenergia on „väike“, siis me näeksime punast

valgust. Järgigem seda arutluskäiku arvutades, milliseid sagedusväärtusi see ennustab, ja vaadates, kas tulemus ühtib vesiniku kiirgusjoonte katseandmetega!

Kui energiatasemel elektron, mis on seotud täisarvuga n_2 , läheb üle energiatasemeks n_1 , siis milline on energiamuutus selle elektroni jaoks? Kirjuta tulemus siia.

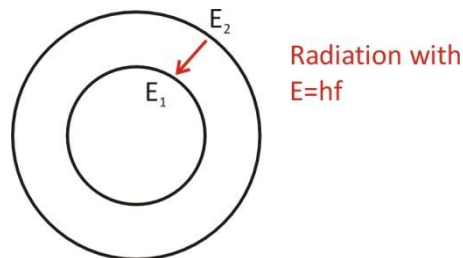
$\Delta E_{n_2 \rightarrow n_1} = \dots\dots\dots$ (9)

Kui elektron läheb kõrgema energiaga seisundist üle madalama energiaga seisundisse, siis tekib foton energiaga, mis on võrdne energiamuutusega.

Kui footoni sagedus on elektromagnetspektri nähtavas osas, siis me näeme seda footonit kindlat värvi valgusena.

Õppemoodulis IV "Osakese-laine dualism" nägime seost footonienergia ja seotud elektromagnetlaine sageduse vahel (Einsteini-Plancki valem). Kui me oletame, et elektromagnetväli võtab üle elektronvälja poolt kaotatud energia, siis on energia ΔE , mida foton saab seoses footonisagedusega, järgmine:


$\Delta E = \dots\dots\dots$



Nüüd saad kirjutada avaldise elektromagnetlaine sageduse jaoks, mis on kiiratud vesinikuaatomi elektroni ülemineku tulemusena seisundite vahel, mis on seotud numbritega n_2 ja n_1 :

$f_{n_2 \rightarrow n_1} = \dots\dots\dots$

Lõpuks ometi!!! **See on avaldis, mis ennustab vesiniku kiirgusjoonte sagedusi!**



Kontrolli oma tulemust alloleva võrrandiga:

$$f_{n_2 \rightarrow n_1} = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

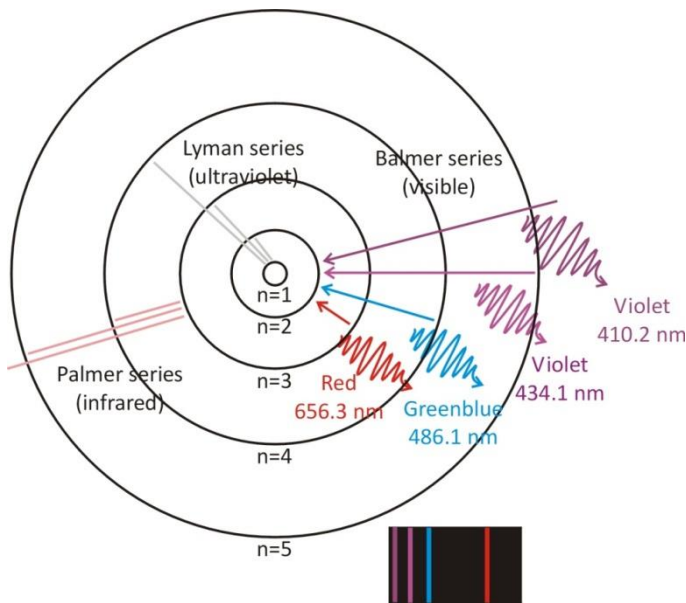
Kas sinu tulemus on korrektne? Palju õnne! Sa suutsid ennustada vesiniku kiirgusjoonte sagedusi. (Ära muretse, kui su vastus ei olnud õige! Lihtsalt vaata juhised veel kord üle ja leia viga üles.)

6 Balmeri valemi tõlgendamine

Nüüd võrdle oma tulemust Balmeri valemiga. Sa nägid seda käesoleva õppemooduli alguses.

Mis on teoreetiline avaldis konstandi R jaoks, mis esineb Balmeri valemis?

R=.....



Siinsel joonisel näed esimest nelja võimalikku ringi, mida mööda elektronlaine saab liikuda.

Täisarvu n jaoks = ,
..... , ,

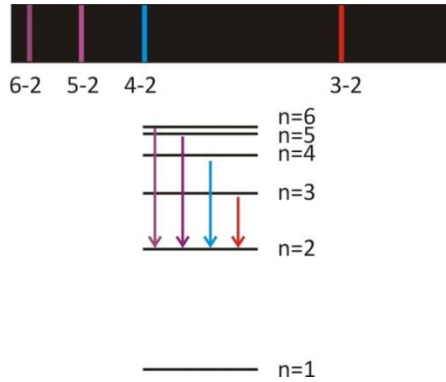
Nende võimalike ringide raadius antakse avaldisega:

Mida kaugemal elektron tuumast asub, seda on tema koguenergia. Kui elektron läheb kõrgema energiaga seisundist üle madalama energiaga seisundisse (või ringilt raadiusega ringile raadiusega), siis tekib **footon**, mille energia on võrdne

$\Delta E =$

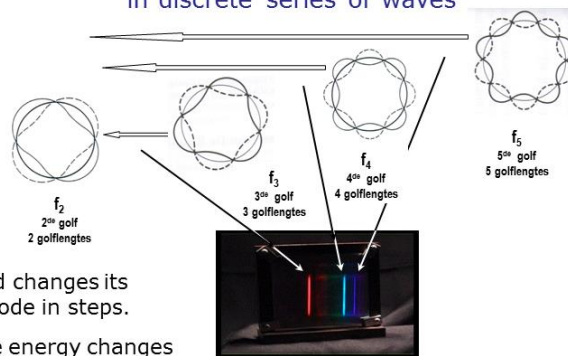
Täisarve n_1 ja n_2 , mis identifitseerivad teatud üleminekut, saab valida mitmel viisil. Miks me näeme ainult nelja vesiniku kiirgusjoont?

.....



Physical model of the H-atom

Suppose the matter field of the electron can only exist in discrete series of waves



The field changes its wave mode in steps.

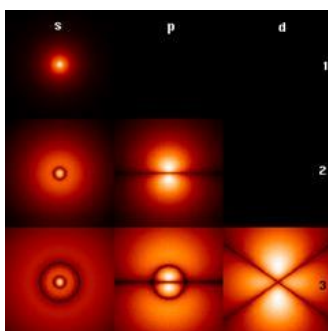
Discrete energy changes are spread out in an EM-field.

This EM-field can give off photons of discrete colours corresponding precisely with the energy decrements of the matter field.

7 Kolmemõõtmelisuus – orbitaalid

Elektroni lainepikksu aatomis peab mahtuma väiksesse alasse. See tähendab, et laine on piiratud ruumis: peegelduvate lainete ja algsete lainete vahel peaks tekkima konstruktiivne interferents. Selle tulemuseks on lainete kvantiseerimine, st aatomis olevate elektronide energiatega kvantiseerimine.

Kuid de Broglie' lained olid kahemõõtmelised. Tegelikult hoiab aga elektrone tuuma ümber elektriline külgetõmbejõud – see toimub kolmes mõõtmes. Ja seega peavad ka lained olema piiratud kolmes mõõtmes. Kolmemõõtmelisi laineid hakkas uurima Austria füüsik Erwin Schrödinger, võttes aluseks de Broglie' mateerialained. Kolmemõõtmelisi seisulaineid nimetatakse nüüd orbitaalideks. Joonisel näed vesiniku elektronide võimalikke orbitaale. Kuulsaks sai Schrödinger oma lainevõrrandiga, mis tänapäeval kannabki tema nime.



Esimesed vesiniku elektronide orbitaalid tuuma ümber. Hele värvus tähistab suurt tõenäosust, tume väikest. (Allikas:

Kvantfüüsika: teadus väga väikestest osakestest, mil on lai rakendusala

Florian Marquardt, Cond. Matter Physics, LMU University München)

Schrödingeri lainevõrrandi abil on kvantfüüsikas võimalik seletada kõiki keemias esinevaid elektronide orbitaale ning isegi arvutada molekulide orbitaale ja seega seletada, miks molekulid eksisteerivad!



Austria füüsik Erwin Schrödinger, kes üldistas de Broglie' lained kolmemõõtmelisteks laineteks, mida tänapäeval teame orbitaalide nimetuse all. Ta tuli välja võrrandiga (Schrödingeri lainevõrrand), mille lahendused ongi võimalikud lained.



Einstein kvantaatomimudelid:

... spektrijoonte põhiseaduste ja aatomite elektronkatete avastamine koos nende tähtsuse teadvustamisega keemias tundus mulle imena ning paistab mulle sellisena ka praegu. See on kõige kõrgem musikaalsuse vorm mõttesfääris.

8 V õppemooduli mõisted

Kirjuta lünkadesse puuduvad mõisted!

Klassikalise füüsika mõisted

Seisulained nõõril või pillikeelel

Piiratud laine osas tekivad toonide diskreetsed seeriad, kus iga tooni sagedus on pooltooni-kordne: see on näide klassikalisest kvantiseerimisest.

Seisulained nõõril: allesjäänud lainete (või) saavad olla ainult diskreetsed väärtused, mis on nõõri pikkusega seotud võrrandiga $\lambda_n = 2L/n$.

Kvantfüüsika mõisted

Elektronmateriale avalja laine aatomis on nn piiratud laine. De Broglie oletas, et elektronmaterialealine saab eksisteerida ainult diskreetsete seisulainete konfiguratsioonides.

Vesiniku elektroni kvantiseerimise tingimus: elektroni peaks olema täisarv korda ringi pikkus L .

Kuna de Broglie' hüpoteesi kohaselt on elektron ka ning liigub ringikujuliselt, peab elektronile mõjuma jõud, mis käitub kui tsentripetaaljõud. Selleks jõuks on tuuma

De Broglie' kvantaatomimudel võimaldab ennustada elektroni ja tuuma vahelisi kaugusi: need kaugused on kvantiseeritud!

Bohri raadius ehk väikseim võimalik kaugus elektroni ja tuuma vahel vesiniku aatomis annab kõige tõenäolisema kauguse elektroni ja tuuma vahel.

De Broglie' aatomimudelis on elektroni koguenergia kvantiseeritud. Mida kaugemal asub elektron tuumast, seda on elektroni koguenergia.

Kui elektron läheb kõrgema energiaga olekust madalama energiaga olekusse, siis kiiratakse foton, mille energia võrdub Footoni sageduse saab arvutada Balmeri valemiga.