

Πίνακας Περιεχομένων

ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΣ ΣΤΑΘΜΟΣ V: ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ΕΚΠΟΜΠΗΣ ΤΟΥ ΥΔΡΟΓΟΝΟΥ ΜΕ ΈΝΑ ΚΒΑΝΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	70
1 Προβλέποντας τα φάσματα εκπομπής των στοιχείων;	70
1.a Γραμμές εκπομπής των στοιχείων: κλασικά ακατανόητα	70
1.b Κβαντικά πεδία ύλης και φωτός	70
2 Ο αινιγματικός τύπος του Balmer	71
2.a Ξανά οι ακέραιοι αριθμοί του Πυθαγόρα στη φύση	71
2.b Ο τύπος του Balmer και το φάσμα του υδρογόνου	72
3 Κύματα και ακέραιοι αριθμοί: στάσιμα κύματα	73
3.a Ακέραιοι αριθμοί και φυσικές αρμονικές	73
3.b Ακέραιοι αριθμοί στα μήκη κύματος των στάσιμων κυμάτων	74
3.c Ακέραια πολλαπλάσια στις συχνότητες των φυσικών τόνων (συχνότητες Eigen)	77
4 Στάσιμα κύματα ηλεκτρονίου στο άτομο υδρογόνου	78
4.a Προσαρμογή κυμάτων	78
4.b Δυαδικότητα κύματος-σωματιδίου	80
5 Υπολογισμός με το κβαντικό ατομικό μοντέλο	81
5.a Προβλέποντας το μέγεθος του ατόμου του υδρογόνου	81
ii)Κβαντισμένες ενεργειακές μεταβάσεις	84
6 Ερμηνεία του τύπου του Balmer	86
7 Τρισδιάστατη γενίκευση: Τροχιακά	87
8 Έννοιες στον Σταθμό Μάθησης V	87

ΜΕΤΑΦΡΑΣΗ:



Αναφορά Δημιουργού - Μη Εμπορική Χρήση - Παρόμοια Διανομή 4.0 Διεθνές (CC BY-NC-SA 4.0)

Υπό τους ακόλουθους όρους:

- Αναφορά στον δημιουργό — Πρέπει να κάνετε [κατάλληλη μνεία](#), να παρέχετε σύνδεσμο στην άδεια και [να δηλώνετε τυχόν τροποποιήσεις](#). Αυτό μπορείτε να το κάνετε με οποιονδήποτε εύλογο τρόπο, χωρίς όμως να υπονοείται ότι ο αδειοδότης εγκρίνει εσάς ή τη χρήση σας.
- Μη-εμπορική — Δεν επιτρέπεται η χρήση του υλικού για [εμπορικούς σκοπούς](#).

Μπορείτε να:

- Μοιραστείτε - να αντιγράψετε και να αναδιανείμετε το υλικό με οποιοδήποτε μέσο ή μορφή
 - Προσαρμόσετε - να αναμείξετε, να τροποποιήσετε και να δημιουργήσετε πάνω στο υλικό
- Ο δικαιούχος δεν μπορεί να ανακαλέσει αυτές τις ελευθερίες, εφόσον τηρείτε τους όρους της άδειας.

Αναφορά στο έργο πρέπει να γίνεται ως εξής:

Frans R., Tamassia L., Andreotti E. (2015) Quantum SpinOff Learning Stations. Art of Teaching, UCLL, Diepenbeek, Βέλγιο

Το Quantum Spin-Off χρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση υπό το πρόγραμμα LLP Comenius (540059-LLP-1-2013-1-BE-COMENIUS-CMP).

Renaat Frans, Laura Tamassia, Erica Andreotti

Επαφή: renaat.frans@khlim.be



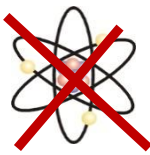
Lifelong
Learning
Programme

Το παρόν υλικό αντικατοπτρίζει τις απόψεις των συγγραφέων και η Ευρωπαϊκή Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για τη χρήση οποιασδήποτε πληροφορίας περιέχεται στο παρόν

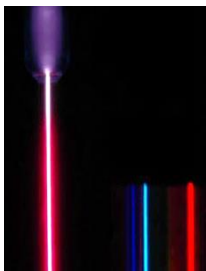
Μαθησιακός σταθμός V: Πρόβλεψη των γραμμών εκπομπής του υδρογόνου με ένα κβαντικό μοντέλο

1 Προβλέποντας τα φάσματα εκπομπής των στοιχείων;

1.a Γραμμές εκπομπής των στοιχείων: κλασικά ακατανόητα



Ήταν γνωστό ότι τα άτομα εκπέμπουν φως και μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι το φάσμα ενός στοιχείου αποτελείται από πολύ ακριβείς διακριτές γραμμές εκπομπής. Ωστόσο, το φαινόμενο αυτό δεν μπορεί να *εξηγηθεί* με βάση κάποιο κλασικό ατομικό μοντέλο, όπως π.χ. του Rutherford. **Η κλασική φυσική δεν μπορεί να εξηγήσει πώς διακριτές γραμμές χρώματος εκπέμπονται από τα άτομα.** Πραγματευτήκαμε λίγο το πρόβλημα αυτό στον πρώτο μαθησιακό σταθμό.



Καθώς σήμερα γνωρίζουμε τα κβαντικά χαρακτηριστικά του φωτός, τη διπλή του φύση ως κύμα και ως σωματίδιο, θα μπορούσαμε να πάμε ένα βήμα παραπέρα και να εξηγήσουμε το φαινόμενο των διακριτών γραμμών εκπομπής των χημικών στοιχείων.

Ο Niels Bohr και **ο Louis De Broglie** ήταν οι πρώτοι που εισήγαγαν στη συζήτηση το ατομικό μοντέλο του Rutherford και ανέπτυξαν μια **κβαντική ατομική θεωρία** που λάμβανε υπόψη τις κβαντικές ιδιότητες της ύλης και του φωτός. Χάρη στο νέο τρόπο θεώρησης της ατομικής δομής, κατέστη δυνατό να ερμηνευθούν όχι μόνο οι γραμμές εκπομπής, αλλά και πολλές σημαντικές φυσικές και χημικές ιδιότητες της ύλης και του φωτός.

Οι λεπτές γραμμές εκπομπής, για παράδειγμα, υδρογόνου και ήλιου, μας δίνουν μια γεύση από τις θεμελιώδεις κβαντικές ανταλλαγές μεταξύ ύλης και φωτός στα άτομα. Το φως που εκπέμπεται από τα άτομα, περιλαμβάνει ακριβείς γραμμές. Στον μαθησιακό σταθμό I είδατε τις όμορφες γραμμές εκπομπής ορισμένων στοιχείων και μετρήσατε το ακριβές μήκος κύματός τους.

1.b Κβαντικά πεδία ύλης και φωτός

Το πείραμα της διπλής σχισμής δείχνει ότι τα σωματίδια ύλης δεν μπορεί να είναι «απλά» σωματίδια: πώς θα μπορούσε ένα σωματίδιο να περάσει ταυτόχρονα από δύο διαφορετικές σχισμές; Ούτε όμως και τα κύματα φωτός μπορούν να είναι "απλά" κύματα: το κάθε φωτόνιο ανιχνεύεται ξεχωριστά στο πέτασμα. Ένα σημαντικό γνώρισμα της κβαντικής θεωρίας είναι αυτή η *δυσαικτικότητα σωματιδίου-κύματος τόσο της ύλης όσο και του φωτός.*

Πώς, όμως, θα μπορούσαμε να οπτικοποιήσουμε τη *δυσαικτικότητα κύματος-σωματιδίου*; Στην κβαντική θεωρία πεδίου στοιχειώδη σωματίδια, όπως το ηλεκτρόνιο, θεωρούνται ως **κβάντα κάποιου πεδίου, ενός πεδίου ύλης.** Η υπόθεση του De Broglie, που εξακολουθεί να γίνεται αποδεκτή στην κβαντική θεωρία πεδίου, είναι ότι κάποιου είδους κβαντικού

πεδίου ύλης πρέπει να συνδέεται με ένα σωματίδιο ύλης. Σωματίδια ύλης προκύπτουν από το εν λόγω πεδίο ύλης. Τα σωματίδια φωτός - τα φωτόνια - με τη σειρά τους, θεωρούνται **ως κβάντα των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων** και ως εκ τούτου προκύπτουν από αυτό το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο.

Η δυαδικότητα σωματιδίου-κύματος σημαίνει ότι μπορούμε πραγματικά να ορίσουμε ένα μήκος κύματος για κάθε ηλεκτρόνιο. Η σχέση του De Broglie ποσοτικοποιεί αυτή την αντιστοιχία. Γράψτε ξανά την υπόθεση του De Broglie παρακάτω:

$$\lambda = \dots\dots\dots$$

Όπως μπορείτε να δείτε, πρέπει να γνωρίζουμε την γραμμική ορμή p του ηλεκτρονίου (μία ιδιότητα των σωματιδίων) για να υπολογίσουμε το μήκος κύματος του (μία ιδιότητα των κυμάτων). Γνωρίζουμε ότι η γραμμική ορμή p του κλασικού σωματιδίου μάζας m με ταχύτητα v δίνεται από $p = mv$. Η σχέση αυτή παραμένει αμετάβλητη στην κβαντική θεωρία.

Το κεντρικό ερώτημα σε αυτό το μαθησιακό σταθμό είναι:

Εάν αντιληφθούμε το ηλεκτρόνιο στο άτομο του υδρογόνου ως κύμα με το αντίστοιχο μήκος κύματος De Broglie, μπορούμε τότε να προβλέψουμε τις διακριτές γραμμές εκπομπής του υδρογόνου;

Σε αυτό το μαθησιακό σταθμό θα χρησιμοποιήσουμε την κβαντική ατομική θεωρία του De Broglie, προκειμένου να:

- (α) εξηγήσουμε *ποιοτικά* τις διακριτές γραμμές εκπομπής των στοιχείων
- (β) εξηγήσουμε *ποσοτικά* τις διακριτές γραμμές εκπομπής του υδρογόνου.

Αυτό σημαίνει ότι όχι μόνο θα κατασκευάσουμε ένα μοντέλο το οποίο θα μπορεί να ερμηνεύσει γιατί προκύπτουν διακριτές γραμμές εκπομπής, αλλά και ότι, με το ίδιο μοντέλο, θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε τις ακριβείς **συχνότητες** των γραμμών του υδρογόνου. Θα είμαστε σε θέση να συγκρίνουμε τις ποσοτικές προβλέψεις του μοντέλου μας με τις μετρούμενες τιμές!

Εφόσον σκοπεύουμε να κάνουμε ποσοτικές προβλέψεις με το μοντέλο μας, είναι χρήσιμο να αφιερώσουμε πρώτα λίγο χρόνο για να εξετάσουμε τις μετρούμενες συχνότητες του φάσματος εκπομπής του υδρογόνου. Οι συχνότητες αυτές ακολουθούν ένα αξιοσημείωτο μοτίβο **ακέραιων αριθμών**. Ήταν αυτή ακριβώς η παράξενη μαθηματική δομή του μετρούμενου φάσματος εκπομπής του υδρογόνου που ενέπνευσε τον Louis De Broglie να αναπτύξει την κβαντική ατομική του θεωρία.

2 Ο αιγιματικός τύπος του Balmer

2.a Ξανά οι ακέραιοι αριθμοί του Πυθαγόρα στη φύση

Οι **ακέραιοι αριθμοί** στα φυσικά φαινόμενα γοήτευαν τον Ελβετό καθηγητή μαθηματικών Johann Jakob Balmer (όπως τον **Πυθαγόρα** 2.500 χρόνια πριν). Ο ίδιος διερεύνησε επίσης τις διακριτές γραμμές εκπομπής των στοιχείων και το 1885 διαπίστωσε ότι οι μετρούμενες αξίες όλων των συχνοτήτων θα μπορούσαν να αποδοθούν από κοινού με έναν μόνο μαθηματικό τύπο. Ο τύπος αυτός είναι *ένα από "παιχνίδι" ακέραιων αριθμών*.

Ο τύπος του Balmer είναι ο εξής:

$$f_{n_2 \rightarrow n_1} = cR \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

όπου n_1 και n_2 είναι **δύο ακέραιοι** αριθμοί, c είναι η ταχύτητα του φωτός και R μια εμπειρική σταθερά (δηλαδή, υπολογίζεται ανά πείραμα): $R = 1,0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

Αν ο τύπος συμπληρωθεί με ακέραιους αριθμούς, βρίσκουμε τις ακριβείς συχνότητες των γραμμών εκπομπής του υδρογόνου! Παρ' ότι επρόκειτο για εκπληκτικό αποτέλεσμα, ο Balmer δεν γνώριζε *γιατί* οι γραμμές εκπομπής μπορούσαν να περιγραφούν με αυτόν τον μάλλον μυστικιστικό τύπο με τους ακέραιους αριθμούς. Ωστόσο, η ιδέα ότι οι διακριτές γραμμές εκπομπής σχετίζονται κάπως με σειρές ακέραιων αριθμών αποκαθιστούσε τη σωστή σχέση. Η κβαντική θεωρία θα εξηγήσει ακριβώς από πού προέρχονται αυτοί οι ακέραιοι αριθμοί. Και, ακριβώς όπως 2500 χρόνια πριν, οι ακέραιοι αριθμοί εμφανίστηκαν σε συνάρτηση με τους **μουσικούς τόνους!**

2.b Ο τύπος του Balmer και το φάσμα του υδρογόνου

Στον τύπο του Balmer, εμφανίζονται δύο φυσικοί αριθμοί: n_1 και n_2 , όπου $n_2 > n_1$. Μπορείτε για παράδειγμα να θεωρήσετε $n_1 = 2$ και να αφήσετε το n_2 να ποικίλλει: $n_2 = 3, 4, 5, 6 \dots$ Κατ' αυτόν τον τρόπο θα βρείτε ακριβώς τις συχνότητες που αντιστοιχούν στα χρώματα που βλέπετε στις γραμμές εκπομπής του υδρογόνου!

Ας το ελέγξουμε!

Ας θεωρήσουμε $n_1 = 2$ και να επιλέξουμε το $n_2 = 3$: ποια συχνότητα f λαμβάνουμε; Υπολογίστε! (Σημειώστε 3 σημαντικά ψηφία).

Κόκκινη γραμμή: $f_{3 \rightarrow 2} = \dots$

Κι αν επιλέξετε $n_2 = 4$;

Πρασινογάλαζη (τυρκουάζ) γραμμή: $f_{4 \rightarrow 2} = \dots$

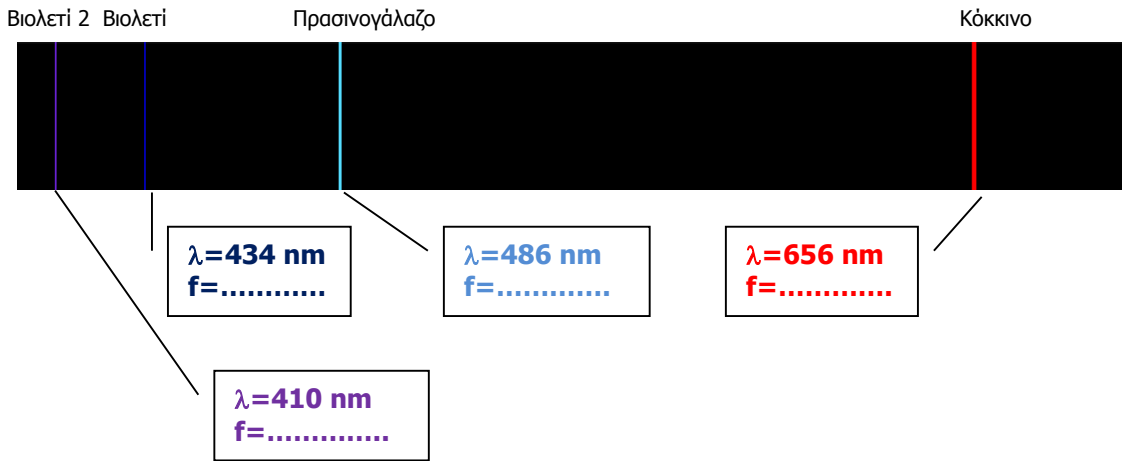
Κι αν επιλέξετε $n_2 = 5$

Βιολετί γραμμή: $f_{5 \rightarrow 2} = \dots$

Κι αν επιλέξετε $n_2 = 6$;

2^η βιολετί γραμμή: $f_{6 \rightarrow 2} \dots$

Συγκρίνετε τις τιμές που υπολογίσατε με τις μετρούμενες συχνότητες των τεσσάρων ορατών γραμμών του υδρογόνου παρακάτω (προσοχή στο γεγονός ότι το παρακάτω σχήμα δίνει τα μήκη κύματος και πρέπει πρώτα να προσδιορίσετε τις αντίστοιχες συχνότητες· αναζητήστε το σχετικό τύπο σε έναν από τους προηγούμενους μαθησιακούς σταθμούς)



Περιγράφει καλά ο τύπος του Balmer τις γραμμές εκπομπής του υδρογόνου;

Ναι / Όχι

Αν επιλέξετε $n_2=7$ και διατηρήσετε το $n_1=2$, ποια η συχνότητα;

γραμμή: $f_{7 \rightarrow 2}$...

που δίνει μήκος κύματος:

Βιολετί 3 $\lambda = \dots$

Μπορούμε να δούμε τη γραμμή εκπομπής; (Συμβουλή: Ελέγξτε το φάσμα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε έναν από τους προηγούμενους μαθησιακούς σταθμούς).

.....

Με αυτόν τον τελευταίο υπολογισμό έχουμε ουσιαστικά προβλέψει την ύπαρξη μιας πέμπτης γραμμής που δεν μπορούμε να δούμε! Η γραμμή υπάρχει και μπορεί να μετρηθεί με το κατάλληλο σπεκτρόμετρο.

Όταν επιλέγετε άλλες τιμές για το n_1 και n_2 , θα βρείτε άλλες υπάρχουσες γραμμές που επίσης δεν μπορούμε να δούμε λόγω των περιορισμών του ανιχνευτή μας, του ανθρώπινου ματιού! Αν, για παράδειγμα, υπολογίσετε τη σειρά των γραμμών με $n_1=1$, θα λάβετε γραμμές στο φάσμα των UV (μικρότερα μήκη κύματος και υψηλότερες συχνότητες όσον αφορά τις ορατές γραμμές). Και αυτές υφίστανται και μπορούμε να τις μετρήσουμε με ένα σπεκτρόμετρο.

3 Κύματα και ακέραιοι αριθμοί: στάσιμα κύματα

3.a Ακέραιοι αριθμοί και φυσικές αρμονικές

Ακόμα και αν ο Johann Balmer δεν γνώριζε γιατί ο τύπος του ήταν σωστός, έγινε σαφές ότι οι ακέραιοι αριθμοί με κάποιον τρόπο έπρεπε να εμφανίζονται σε κάποια θεωρία φυσικής που θα μπορούσε να ερμηνεύσει τα διακριτά ατομικά φάσματα εκπομπής.

Από την κβαντική θεωρία του De Broglie γνωρίζουμε ότι τα ηλεκτρόνια είναι κβάντα ενός πεδίου ύλης και μπορούμε να ορίσουμε ένα μήκος κύματος για ένα ηλεκτρόνιο.

Ο DeBroglie έπαιζε μουσική και ήταν καλά εξοικειωμένος με τη φυσική της μουσικής. Εκεί, τα κύματα και οι ακέραιοι αριθμοί διαδραματίζουν κεντρικό ρόλο. Ίσως έχετε ήδη ακούσει αρμονικές (ή υψηλότερους τόνους) σε ένα μουσικό τόνο.

Όταν παίζετε ένα όργανο στο οποίο δεν «αλλάζετε τίποτα» - όπως κάποιο πνευστό όργανο όπου δεν ανοίγετε ή κλείνετε τρύπες, ή κάποιο έγχορδο στο οποίο δεν αλλάζετε την ένταση, ούτε το μήκος των χορδών - μπορείτε να παράγετε μια ακριβή σειρά τόνων. Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι σε ένα τέτοιο όργανο υπάρχει η δυνατότητα παραγωγής ενός χαμηλότατου τόνου: του θεμέλιου τόνου. Ο αμέσως επόμενος τόνος που δύναται να παραχθεί έχει συχνότητα διπλάσια από αυτήν του θεμέλιου τόνου. Και ο επόμενος τόνος συχνότητα τριπλάσια της συχνότητας του θεμέλιου τόνου κ.ο.κ. Σε ένα τέτοιο όργανο, μπορούμε να **παράγουμε μόνο τόνους που σχηματίζουν μια διακριτή σειρά** όπου η συχνότητα κάθε τόνου είναι ένας **ακέραιος πολλαπλάσιος του θεμέλιου τόνου**. Άλλοι τόνοι δεν είναι δυνατοί.



Η σειρά των φυσικών τόνων του αλπικού κέρατος. Οι τόνοι που μπορείτε να παράγετε με αυτό το όργανο είναι ακέραιοι πολλαπλάσιοι του θεμέλιου τόνου.

Ο De Broglie γνώριζε καλά τον ρόλο των ακέραιων αριθμών στη σειρά των στάσιμων κυμάτων σε χορδή ή σωλήνα και άρχισε να αναρωτιέται αν τα κύματα ηλεκτρονίων σε ένα άτομο μπορούσαν να συμπεριφερθούν όπως η σειρά των αρμονικών σε ένα τέτοιο μουσικό όργανο.

Θα ήταν δυνατό, κατά τον ίδιο τρόπο που ακούμε φυσικούς ήχους παραγόμενους από κάποιο μουσικό όργανο, να μπορούμε να δούμε τους «τόνους» των κυμάτων ηλεκτρονίων στα άτομα με τη μορφή εκπεμπόμενων χρωμάτων;

Ακόμα κι αν αυτός ο συλλογισμός φαντάζει παράξενος εκ πρώτης όψεως, αποφασίζουμε να ακολουθήσουμε αυτή τη συλλογιστική και να δούμε αν τα κύματα ηλεκτρονίων γύρω από τον ατομικό πυρήνα συμπεριφέρονται ως κύματα σε χορδή.

3.b Ακέραιοι αριθμοί στα μήκη κύματος των στάσιμων κυμάτων

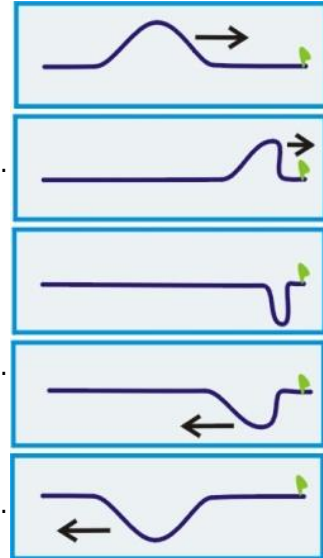
Σε μια συνέντευξη του το 1963, ο Louis de Broglie περιέγραψε πώς συνέλαβε την ιδέα των κυμάτων ηλεκτρονίων:

... ήταν κατά τη διάρκεια του θέρους του 1923 - σκέφτηκα ότι κάποιος έπρεπε να επεκτείνει αυτή τη δυαδικότητα στα σωματίδια ύλης, ιδιαίτερα στα ηλεκτρόνια. ..., στα κβαντικά φαινόμενα έχουμε κβαντικούς αριθμούς, τους οποίους σπάνια συναντούμε στη μηχανική αλλά εμφανίζονται πολύ συχνά στα κυματικά φαινόμενα και σε όλα τα προβλήματα που αφορούν στην κυματική κίνηση. (Pron: <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Broglie.html>)

Στη συνέχεια, θα διερευνήσουμε κατά πόσο μια παρεμφερή συμπεριφορά θα ήταν δυνατό να προκύψει στα κύματα ύλης που σχετίζονται με ηλεκτρόνια στα άτομα. Αλλά ας δούμε πρώτα τα στάσιμα κύματα σε μια χορδή.

i) Στάσιμα κύματα σε μια χορδή:

Ας εξετάσουμε ένα ημιτονοειδές κύμα που ταξιδεύει σε ένα κορδόνι με σταθερό το ένα άκρο. Κοιτάξτε το σχήμα στα δεξιά. Τι συμβαίνει όταν ο κυματικός παλμός φθάνει στο σταθερό άκρο του κορδονιού;



.....
 Τι θα συμβεί, κατά τη γνώμη σας, εάν εν τω μεταξύ ένας άλλος κυματικός παλμός ξεκινήσει από την αριστερή πλευρά; (Συμβουλή: σκεφτείτε τι έχουμε πει σχετικά με την υπέρθεση και τη συμβολή)

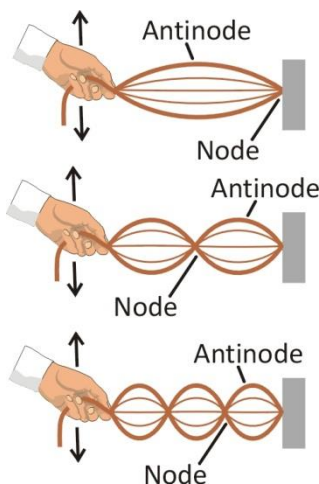
.....
 Κι αν επαναλάβουμε το πείραμα με συνεχή ημιτονοειδή κύματα αντί των παλμικών κυμάτων, τι θα συμβεί;

.....
 Ελέγξτε αν η σκέψη σας συμφωνεί με τη θεωρία. Δείτε στο <http://www.walter-fendt.de/ph14e/stwaverefl.htm>

Πείραμα. Τώρα ας επαναλάβετε το πείραμα με ένα κορδόνι στερεωμένο στη μία άκρη. Πάρτε ένα αρκετά μακρύ κορδόνι. Κάποιος θα πρέπει να κρατήσει τη μία άκρη του κορδονιού και κάποιος άλλος να κουνήσει πάνω-κάτω την άλλη άκρη, ώστε να παραχθεί μια ταλάντωση όσο το δυνατόν πιο ομοιόμορφη. Με τον τρόπο αυτό θα προκληθεί κατά προσέγγιση ένα ημιτονοειδές κύμα. Η συχνότητα του ανεβοκατεβάσματος του χεριού είναι επίσης η συχνότητα του παραγόμενου κύματος στο κορδόνι. Δοκιμάστε διάφορες συχνότητες. Παράγετε πάντα ένα σταθερό κύμα;

.....
 Ανάλογα με τη συχνότητα που θα αφήσετε την άκρη του κορδονιού να ταλαντωθεί, θα παράγετε είτε μια χαοτική κίνηση του κορδονιού που γρήγορα εξασθενεί είτε ένα ωραίο σταθερό κύμα με μεγάλο εύρος.

Γιατί άλλα από τα παραγόμενα κύματα είναι σταθερά, ενώ άλλα εξασθενούν τόσο γρήγορα;



Ονομάζουμε τα "επιζώντα" κύματα: στάσιμα κύματα. Ουσιαστικά, υπάρχουν κύματα που είναι προϊόντα εποικοδομητικής υπέρθεσης (αθροίσματος) κυμάτων που ταξιδεύουν μπρος-πίσω στο κορδόνι. "Στέκονται" γιατί όταν τα κοιτάζουμε, δημιουργείται η εντύπωση ότι δεν ταξιδεύουν καθόλου.

Στο παρόν σχήμα μπορείτε να δείτε τους τρεις πρώτους σχηματισμούς στάσιμων κυμάτων στο κορδόνι.

Είναι δυνατό να παραχθούν αυθαίρετα κύματα στο κορδόνι αυτό (αν δεν μεταβάλουμε το μήκος, την ένταση και το πάχος);

ii) Υπέρθυση κυμάτων περιορισμένων στο χώρο: κβάντωση

Ορισμένες συχνότητες πράγματι παράγουν μη σταθερά κύματα. Αυτό σημαίνει ότι τα κύματα που κινούνται μπρος-πίσω στο σκοινί αθροίζονται *καταστροφικά* και εξουδετερώνουν το ένα το άλλον.

Ως αποτέλεσμα, έχουμε μόνο μια ακριβή σειρά πιθανών κυμάτων πάνω στο κορδόνι.

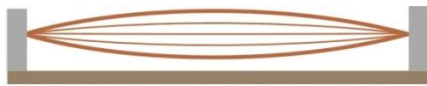
Ποια κύματα αθροίζονται εποικοδομητικά; Τι συχνότητες έχουν αυτά τα κύματα; Δεν είναι αυτά τα κύματα που "ταιριάζουν" ακριβώς στο μήκος του κορδονιού; Για να υπάρξει εποικοδομητική συμβολή, το κύμα φαίνεται ακριβώς το ίδιο όταν φτάνει στο ίδιο σημείο. Κατ' αυτόν τον τρόπο αθροίζεται και γίνεται πιο δυνατό.

Αν το κορδόνι έχει μήκος L , ποια απόσταση πρέπει να διανύσει το κύμα που ταξιδεύει για να επιστρέψει στην αφετηρία;

.....

Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση που πρέπει να διανύσει ένα ημιτονοειδές κύμα με μήκος κύματος L για να είναι ολόιδιο με αυτό που ήταν στην αρχή;

.....



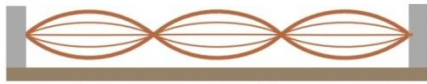
Fundamental or first harmonic: f_1

Όταν έχει καλύψει μια απόσταση ίση με ένα ακέραιο πολλαπλάσιο n του μήκους κύματος, είναι το κύμα πανομοιότυπο με αυτό που ήταν στο ξεκίνημά του;

Ναι / Όχι



First overtone or second harmonic: f_2



Second overtone or third harmonic: f_3

Ποια είναι η σχέση μεταξύ του μήκους κύματος λ και του μήκους L που διασφαλίζει ότι το κύμα στο κορδόνι συμβάλλει εποικοδομητικά με τον εαυτό του;

..... (1)

Στο παρόν σχήμα μπορείτε να δείτε τους τρεις πρώτους σχηματισμούς κυμάτων στη χορδή μιας κιθάρας. Πόσο μακρύ είναι το μήκος κύματος του πρώτου στάσιμου κύματος στο πλαίσιο του μήκους L της χορδής;

$\lambda_1 =$

Και του δεύτερου;

$\lambda_2 =$

Και του τρίτου;

$\lambda_3 =$

Σχεδιάστε το τέταρτο δυνατό κύμα εδώ:

Με τι ισούται το λ_4 ως προς το μήκος L;

$\lambda_4 = \dots\dots\dots$

Τώρα σημειώστε τον **γενικό τύπο για όλη τη σειρά μηκών κύματος ως συνάρτηση του μήκους L της χορδής**, χρησιμοποιώντας τον ακέραιο αριθμό n:

$\lambda_n = \dots\dots\dots$

Το αποτέλεσμα σας είναι συμβατό με την απάντησή σας (1); Αν όχι, διορθώστε την απάντησή σας.

Προσέξτε ότι έχετε χαρακτηρίσει τη σειρά των "επιζώντων" στάσιμων κυμάτων χρησιμοποιώντας **θετικούς ακέραιους αριθμούς!**

3.c Ακέραια πολλαπλάσια στις συχνότητες των φυσικών τόνων (συχνότητες Eigen)

Θεωρητικά, έχουμε συνάγει ότι στάσιμα κύματα είναι δυνατό να προκύψουν μόνο για συγκεκριμένες συχνότητες. Ισχύει, όμως, αυτό και στην πράξη; Παρακολουθήστε το βίντεο "Natural Tones" (Φυσικοί τόνοι) (θα το βρείτε στα αρχεία πολυμέσων που συνοδεύουν αυτούς τους μαθησιακούς σταθμούς). Καθώς παρακολουθείτε, θα συνειδητοποιήσετε ότι μπορείτε να ακούσετε ευδιάκριτα τη σειρά των πιθανών τόνων. Γι' αυτό οι φυσικοί κάνουν λόγο για *συχνότητες Eigen* που προχωρούν κατά μήκος μιας σειράς μηκών κύματος. Μπορούμε τώρα να επαναγράψουμε τη σειρά των μηκών κύματος των επιζώντων κυμάτων ως σειρά πιθανών συχνοτήτων Eigen;

Ας επαναγράψουμε τη σειρά των μηκών κύματος ως μια σειρά συχνοτήτων. Ας υποθεθεί ότι το κύμα ταξιδεύει με ταχύτητα v . Πώς μπορείτε να επαναγράψετε το μήκος κύματος ως προς τη συχνότητα και την ταχύτητα (ανατρέξτε σε έναν από τους προηγούμενους μαθησιακούς σταθμούς αν χρειάζεται);

$f_n = \dots\dots\dots$

Αυτές οι συχνότητες είναι οι αρμονικές ή αλλιώς συχνότητες Eigen του κορδονιού. Η πρώτη συχνότητα ονομάζεται θεμελιώδης συχνότητα ή πρώτη αρμονική. Οι άλλες συχνότητες, ή αρμονικοί ήχοι (υπερτόνια), είναι ακέραια πολλαπλάσια της θεμελιώδους συχνότητας.

Μην ξεχνάτε ότι όταν ένα καλώδιο δεν περιορίζεται σε κάποιο σταθερό διάστημα, η συχνότητα του κύματος μπορεί να μεταβάλλεται συνεχώς. Όταν, όμως, το κύμα περιορίζεται στο χώρο, για παράδειγμα σε ένα κορδόνι με μήκος L, τότε τα κύματα προς μία κατεύθυνση θα συμβάλουν με τα ανακλώμενα κύματα που κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Με τον τρόπο αυτό, τα κύματα εξουδετερώνονται όλα, εκτός από μια σειρά διακριτών συχνοτήτων για τις οποίες τα κύματα μπορεί να επιβιώσουν της συμβολής. Τα κύματα με άλλες συχνότητες εξαφανίζονται μετά από ένα πολύ σύντομο χρονικό διάστημα λόγω καταστροφικής συμβολής.

Για τα περιορισμένα στο χώρο κύματα προκύπτει **κλασική κβάντωση** : μια μεταβλητή (το μήκος κύματος ή η συχνότητα) που κανονικά μεταβάλλεται διαρκώς, μπορεί τώρα να λάβει μόνο **διακριτές τιμές** χαρακτηριζόμενες από **ακέραιους αριθμούς**.

Παρακολουθήστε το βίντεο:
 "NaturalTones_Constructive_DestructiveSuperpositionOnString"
 (θα το βρείτε στα αρχεία πολυμέσων που συνοδεύουν αυτούς τους μαθησιακούς σταθμούς)

Προσπαθήστε να εξηγήσετε τι συμβαίνει στην περίπτωση αυτή.

.....

4 Στάσιμα κύματα ηλεκτρονίου στο άτομο υδρογόνου

4.a Προσαρμογή κυμάτων

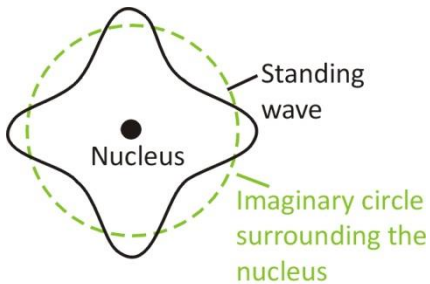
Τα πειράματα του Rutherford έδειξαν ότι η ύλη αποτελείται από πυρήνες με θετικό ηλεκτρικό φορτίο και ηλεκτρόνια με αρνητικό ηλεκτρικό φορτίο. Τα ηλεκτρόνια βρίσκονται σε μια συγκεκριμένη απόσταση από τον πυρήνα.

Γιατί δεν ξεφεύγουν τα ηλεκτρόνια από τον πυρήνα και γιατί μένουν γύρω από αυτόν;

.....

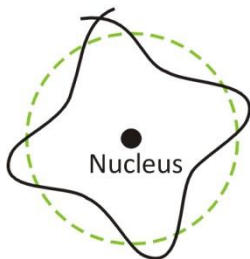
Το γεγονός ότι το ηλεκτρόνιο σε ένα άτομο όπως το υδρογόνο παραμένει σε συγκεκριμένη απόσταση από τον πυρήνα, μας διδάσκει ότι πρέπει να υπάρχει κάποια *δύναμη* που ασκείται από τον πυρήνα στο ηλεκτρόνιο, αρκετά ισχυρή ώστε να **περιορίζει** το ηλεκτρόνιο **σε έναν συγκεκριμένο όγκο**. Το ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα είναι που αποτρέπει τη διαφυγή του ηλεκτρονίου: το ηλεκτρόνιο είναι συνδεδεμένο με τον πυρήνα και πρέπει να μείνει και να κινείται σε περιορισμένο χώρο.

Σύμφωνα, όμως, με τον De Broglie,



το ίδιο το ηλεκτρόνιο μπορεί να θεωρηθεί ως πεδίο ύλης (κβάντο του πεδίου ύλης). Αυτό σημαίνει, επίσης, ότι και το πεδίο ύλης του ηλεκτρονίου περιορίζεται σε έναν συγκεκριμένο όγκο και δεν μπορεί να διαφύγει.

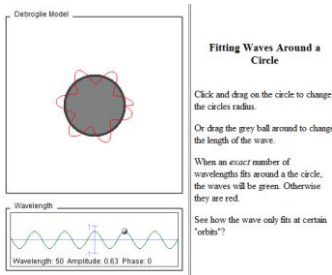
Συνεπώς, το κύμα του πεδίου ύλης του ηλεκτρονίου στο άτομο είναι ένα "περιορισμένο κύμα" Το κύμα αυτού του υλικού πεδίου του ηλεκτρονίου μπορεί να συγκριθεί με το κύμα σε ένα σταθερό κορδόνι!



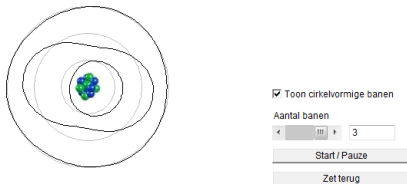
Η κβαντική ατομική θεωρία του De Broglie: η μουσική των ατόμων

Ακριβώς όπως στην περίπτωση της διακριτής σειράς στάσιμων κυμάτων σε σκοινί, ο De Broglie υπέθεσε ότι το υλικό κύμα ατομικών ηλεκτρονίων θα ήταν δυνατό να υπάρξει μόνο σε μια *διακριτή σειρά σταθερών κυματικών σχηματισμών*. Οι άλλοι

κυματικοί σχηματισμοί, όπως ακριβώς στο σκοινί ή σε χορδή, αναιρούνται ταχύτατα από καταστροφική συμβολή.

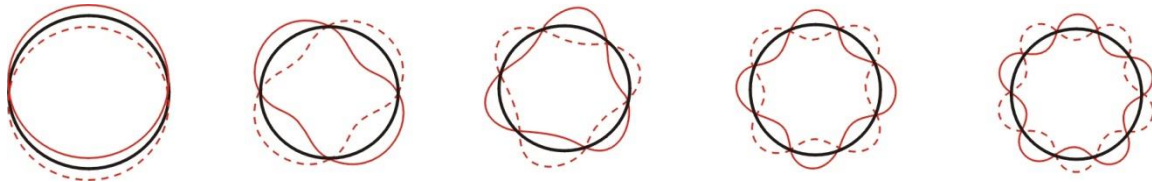


Διερευνήστε την υπόθεση του De Broglie ότι ένα κύμα ηλεκτρονίου πρέπει να 'κλείνει' κατά την ταλάντωσή του σε κυκλική τροχιά: θα πρέπει να συνεχίζει εκεί όπου τελείωσε. Χρησιμοποιείτε αυτή τη μικροεφαρμογή για να μάθετε σχετικά με αυτό: www.colorado.edu/physics/2000/quantumzone/debroglie.html



Πρόκειται για την ουσία της θεωρίας του De Broglie για το ηλεκτρόνιο στο άτομο. **Το κύμα του ηλεκτρονίου πρέπει να κλείσει σε μια κυκλική πορεία γύρω από τον πυρήνα.** Η ακτίνα r του κύκλου είναι η μέση απόσταση μεταξύ του ηλεκτρονίου και του πυρήνα. Διερευνήστε αυτήν την ιδέα του De Broglie με την παρακάτω μικροεφαρμογή:

fys.kuleuven.be/pradem/applets/RUG/bohr1/ (Πηγή της μικροεφαρμογής: University of Gent)



Στα παραπάνω σχήματα μπορείτε να δείτε τους πρώτους πέντε στάσιμους κυματικούς σχηματισμούς σε έναν κύκλο. Τώρα, θα συνάγουμε μια μαθηματική περιγραφή που, στο τέλος, θα μας επιτρέψει να προβλέψουμε τις συχνότητες (και άρα τα χρώματα των γραμμών εκπομπής του υδρογόνου!)

Το κύμα του ηλεκτρονίου του De Broglie περιορίζεται λοιπόν σε μήκος ίσο με την περιφέρεια του κύκλου. Πόσο είναι αυτό το μήκος ως συνάρτηση της ακτίνας;

$L(r) = \dots\dots\dots$

Προκειμένου να "επιβιώσει", όταν το κύμα συνεχίζει την πορεία του, πρέπει να επιστρέψει στον εαυτό του (ειδάλλως θα αυτο-αναιρεθεί από καταστροφική συμβολή). Σε σχέση με αυτό υπάρχει μια σημαντική διαφορά μεταξύ της κατάστασης του κύματος του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα και της κατάστασης στο σκονί με τις σταθερές άκρες:

Στον κύκλο το κύμα πρέπει να επιστρέψει στον εαυτό του αφού διανύσει απόσταση (πόσων μηκών κύματος;). (Συμβουλή: κοιτάξτε τα σχήματα των κυμάτων Eigen.

.....

Όμως στο κορδόνι με τα σταθερά άκρα, το κύμα ήδη επιστρέφει πίσω στον εαυτό του μετά από απόσταση (πόσων μηκών κύματος;)

.....

Συνεπώς, προκειμένου ένα κύμα να επιβιώσει της καταστροφικής συμβολής σε σκονί με σταθερά άκρα, πρέπει να ικανοποιείται η εξής συνθήκη (Στάσιμα κύματα σε σκονί με σταθερά άκρα):

.....

Προκειμένου ένα κύμα να επιβιώσει της καταστροφικής συμβολής **σε έναν κύκλο**, πρέπει να ικανοποιείται η εξής συνθήκη (Στάσιμα κύματα σε κύκλο):

.....

Η τελευταία εξίσωση που συμπληρώσατε δίνει τη **συνθήκη κβαντοποίησης** για το ηλεκτρόνιο στο άτομο υδρογόνου. *Το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου θα πρέπει να είναι ένας ακέραιος αριθμός πολλαπλάσιος του μήκους L του κύκλου.* Να αποδώσετε τη συνθήκη αυτή ως μαθηματικό τύπο

.....

Αυτός μας δίνει τη σχέση μεταξύ των πιθανών μηκών κύματος του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα και της απόστασης r μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα:

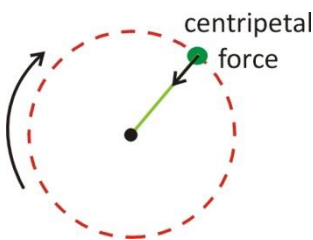
.....

Από αυτή την κβαντική συνθήκη μπορούμε περαιτέρω να υπολογίσουμε τα πιθανά διακριτά ενεργειακά επίπεδα για το ηλεκτρόνιο στο άτομο και ως εκ τούτου και τις πιθανές ενέργειες των φώτων εκπομπής. Προχωρώντας, αυτή η κβαντική συνθήκη μας επιτρέπει να προβλέψουμε και το μέγεθος του ατόμου υδρογόνου!

Αντικαταστήστε για αρχή το μήκος κύματος του ηλεκτρονίου στον παραπάνω τύπο με την έκφραση σύμφωνα με την υπόθεση του De Broglie, για να λάβετε το εξής:

..... (2)

4.b Δυαδικότητα κύματος-σωματιδίου



Η ομορφιά της υπόθεσης του De Broglie είναι ότι μας επιτρέπει να αντιληφθούμε το ηλεκτρόνιο ταυτόχρονα ως σωματίδιο και ως κύμα. **Το κύμα ηλεκτρονίου πρέπει «προσαρμοστεί» σε μία κυκλική διαδρομή γύρω από τον πυρήνα.**

Όμως, καθώς το ηλεκτρόνιο ως σωματίδιο κινείται κυκλικά, λογικά θα πρέπει να υπάρχει μια δύναμη που να ασκείται στο ηλεκτρόνιο ως κεντρομόλος δύναμη.

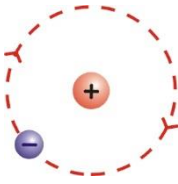
Στην περίπτωση του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα, **ποια δύναμη ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη;** Τι την ασκεί;

.....

Για την κυκλική κίνηση, γνωρίζουμε από τη Νευτώνεια μηχανική ότι η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την απόσταση και αυξάνεται στο τετράγωνο παράλληλα με την ταχύτητα:

$$F_{\text{centripetal}} = m \frac{v^2}{r}$$

$\frac{v^2}{r}$ is the centripetal acceleration



Ο Coulomb ανακάλυψε πώς να εκφραστεί η ηλεκτρική αυτή δύναμη ποσοτικά. Το μέγεθος αυτής της δύναμης είναι ευθέως ανάλογο του γινομένου των ηλεκτρικών φορτίων των δύο σημειακών σωματιδίων και μειώνεται στο τετράγωνο ανάλογα με την απόσταση μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα.

Γράψτε τον νόμο του Coulomb παρακάτω (εάν είναι απαραίτητο, αναζητήστε τον σε κάποια πηγή):

.....

Η *ηλεκτρική δύναμη* που ασκείται από τον πυρήνα ενεργεί ως *κεντρομόλος δύναμη* στο ηλεκτρόνιο. Αυτό σημαίνει ότι οι μαθηματικές εκφράσεις για αυτές τις δύο δυνάμεις πρέπει να είναι ίσες. Γράψτε την εξίσωση ξεκινώντας εδώ:

..... (3)

Στην παραπάνω εξίσωση μην ξεχάσετε ότι η απόλυτη αξία των φορτίων ηλεκτρονίου και πρωτονίου είναι ίσες με e : το βασικό φορτίο στο σύμπαν.

5 Υπολογισμός με το κβαντικό ατομικό μοντέλο

5.α Προβλέποντας το μέγεθος του ατόμου του υδρογόνου

Ώρα να συνάγουμε το πρώτο συγκεκριμένο αποτέλεσμα από τη κβαντική ατομική θεωρία του De Broglie: τώρα είμαστε σε θέση να προβλέψουμε το **μέγεθος του ατόμου του υδρογόνου** με αυτήν την απλή θεωρία! Για να συνάγουμε αυτό το αποτέλεσμα, αρκεί να λύσουμε την εξίσωση (3) για την απόσταση r .

Πάρτε το τετράγωνο της εξίσωσης (2) και απομονώστε το mv^2 στην αριστερή πλευρά της εξίσωσης. Θα έχετε:

..... (4)

Τώρα πάρτε την εξίσωση (3) και απομονώστε το mv^2 επίσης. Θα έχετε:

..... (5)

Οι ποσότητες στην άλλη πλευρά των δύο εξισώσεων (4) και (5) πρέπει τότε να είναι ίσες. Αυτό σημαίνει το εξής:

..... (5a)

Τώρα απομονώστε την απόσταση r στη μία πλευρά της εξίσωσης (5a). Θα έχετε:

$r =$ (6)

Συγκρίνετε την απάντησή σας με το αποτέλεσμα που δίνεται παρακάτω

$$r = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

Εκτός από τον ακέραιο αριθμό n , γνωρίζουμε όλα τα στοιχεία στη δεξιά πλευρά της εξίσωσης;
Ναι / Όχι

Αν απαντήσατε "Όχι", σκεφτείτε το λίγο καλύτερα. Η μάζα και το ηλεκτρικό φορτίο του ηλεκτρονίου είναι γνωστά, όπως και οι καθολικές σταθερές h και ϵ_0 .

**Με την κβαντική ατομική θεωρία
είμαστε σε θέση να κάνουμε μια ποσοτική πρόβλεψη
για τις πιθανές αποστάσεις μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα!**

Αυτές οι αποστάσεις είναι **κβαντισμένες**, που σημαίνει ότι υπάρχει μόνο μία διακριτή σειρά πιθανών αποστάσεων. Ο ακέραιος αριθμός n μπορεί να επιλεγεί. Για ποια τιμή του n θα έχουμε τη μικρότερη απόσταση;

$n = \dots\dots\dots$

Όταν ο ακέραιος n μεγαλώνει, η απόσταση μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα
.....

Συμπληρώστε την τιμή του n που συνεπάγεται τη μικρότερη απόσταση στην εξίσωση (4), μαζί με τις τιμές όλων των σταθερών και καθορίστε τη μικρότερη δυνατή απόσταση μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα στο άτομο του υδρογόνου:

$r_1 = \dots\dots\dots$ (7)

Η απόσταση αυτή είναι εξαιρετικά σημαντική και έχει όνομα: **ακτίνα του Bohr**. Μας δίνει την πιο πιθανή απόσταση μεταξύ ηλεκτρονίου και πυρήνα.

Ψάξτε να βρείτε πληροφορίες για την ακτίνα του Bohr στο διαδίκτυο. Είναι τα αποτελέσματα που εξασφαλίσατε σωστά; (Μπορείτε να βρείτε τόσο την αριθμητική τιμή όσο και τον τύπο της ακτίνας του Bohr. Ορισμένες φορές ο τύπος γράφεται με "h-bar" αντί του h : το "h-bar" είναι ίσο με $h/2\pi$)

Η ακτίνα Bohr δίνει την τάξη μεγέθους του μήκους των κβαντικών φαινομένων.

Έχουμε ήδη λάβει ένα αρκετά εντυπωσιακό αποτέλεσμα με το απλό κβαντικό μοντέλο μας, αλλά εμείς πρέπει να πάμε ένα βήμα παραπέρα για να επιτύχουμε τον αρχικό μας στόχο: Πρόβλεψη των γραμμών εκπομπής του υδρογόνου

5.β Προβλέποντας τις γραμμές εκπομπής του υδρογόνου

i) Κβαντισμένες ενέργειες

Στο κβαντικό ατομικό μοντέλο μας περιγράφουμε το ηλεκτρόνιο κατά το σχετικό πεδίο του De Broglie. Μόλις αποδείξατε ότι δεν είναι δυνατές όλες οι αποστάσεις μεταξύ ηλεκτρονίων και πυρήνα σε αυτό το κβαντικό μοντέλο. Μόνο ένα σύνολο διακριτών αποστάσεων είναι δυνατό. Αυτό σημαίνει ότι το μέγεθος του ατόμου είναι κβαντισμένο.

Τώρα εξετάζουμε τη *συνολική ενέργεια* του ηλεκτρονίου στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα. Υποψιαζόμαστε ότι η **ενέργεια** του ηλεκτρονίου στο άτομο θα μπορούσε επίσης να είναι

κβαντισμένη. Αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια δεν μπορεί να λάβει όλες τις δυνατές συνεχείς τιμές, αλλά μόνο ένα διακριτό σύνολο τιμών. Τώρα θα ελέγξουμε αν αυτό αληθεύει.

Όταν το ηλεκτρόνιο κινείται σε κυκλική πορεία με ταχύτητα v , ποια είναι η κινητική του ενέργεια;

$E_k = \dots\dots\dots$

Από τη μία, αφού E_k ισούται με $\frac{1}{2} mv^2$ και χάρη στην εξίσωση (5) που δίνει μια έκφραση για το v , γράφουμε E_k ως το ένα μισό της εξίσωσης (5)

$E_k = \dots\dots\dots$

Από την άλλη, το ηλεκτρόνιο έχει δυνητική ενέργεια επειδή βρίσκεται στο ηλεκτρικό πεδίο του πυρήνα: (Συμβουλή: προσοχή στο σύμβολο!)

$E_p = \dots\dots\dots$

Ποια είναι λοιπόν η συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου; Εισάγετε τις εξισώσεις που έχετε ήδη διατυπώσει στην έκφραση για τη συνολική ενέργεια.

$E_{tot} = \dots\dots\dots$

Τώρα αντικαταστήστε το r χρησιμοποιώντας την εξίσωση (6). Με αυτόν τον τρόπο **ο ακέραιος αριθμός ν** μπαίνει στο παιχνίδι! Στο τέλος θα πρέπει να έχετε την ακόλουθη έκφραση:

$$E_{tot} = E_p + E_k = -\frac{1}{n^2} \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad (8)$$

(Αν το αποτέλεσμα σας δεν είναι σωστό, θα πρέπει να πάτε πίσω και να βρείτε το λάθος!)

**Έχετε δείξει
ότι η συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι κβαντισμένη
στο ατομικό μοντέλο του De Broglie.**

Όταν το n μεγαλώνει, η συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου $\dots\dots\dots$

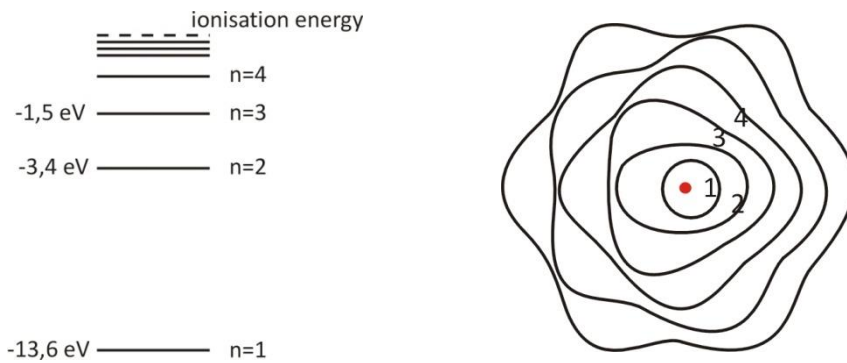
Επιλέγοντας $n = \infty$ σημαίνει ότι εξετάζεται ένα ηλεκτρόνιο που βρίσκεται πολύ μακριά από τον πυρήνα (δείτε την έκφραση για το r). Πρόκειται για ένα ελεύθερο ηλεκτρόνιο, και όχι ένα ηλεκτρόνιο δεσμευμένο στον πυρήνα. Τι σημαίνει στην ενέργεια όταν $n = \infty$;

$\dots\dots\dots$

Όταν η απόσταση μεταξύ πυρήνα και ηλεκτρονίων μεγαλώνει, η συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου $\dots\dots\dots$

Μπορεί η συνολική ενέργεια του ηλεκτρονίου να μεταβάλλεται συνεχώς; Ναι / Όχι

Μπορούμε να θεωρήσουμε τα πιθανά κβαντισμένα επίπεδα ενέργειας του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου ως μια *σκάλα των πιθανών τρόπων δόνησης*, με τα «σκαλοπάτια» της ενέργειας να ποικίλλουν ανάλογα με την τιμή του αριθμού ακέραιο n.



ii)Κβαντισμένες ενεργειακές μεταβάσεις

Ας εξετάσουμε τώρα την πιθανότητα τα **κύματα ηλεκτρονίου να υπόκεινται σε μετάβαση από έναν διακριτό τρόπο ταλάντωσης σε έναν άλλο**. Κατ' αυτόν τον τρόπο κερδίζουν ή χάνουν ένα **κβάντο ενέργειας**. Υποπτευόμαστε ότι αυτά τα **κβάντα ενέργειας θα μπορούσαν να είναι ίσα με τα ενεργειακά κβάντα των φωτονίων που παρατηρούμε ως γραμμές εκπομπής...** Σε αυτήν την περίπτωση, η ενέργεια που χάνεται από το πεδίο του ηλεκτρονίου θα είχε απορροφηθεί από το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Όταν το κβάντο ενέργειας είναι "μεγάλο", βλέπουμε μπλε φως, ενώ όταν το κβάντο ενέργειας είναι "μικρό", βλέπουμε κόκκινο φως. Ας παρακολουθήσουμε αυτή τη συλλογιστική, να υπολογίσουμε τις τιμές της συχνότητας που προβλέπει και να δούμε αν το αποτέλεσμα ταιριάζει με τα πειραματικά δεδομένα για τις γραμμές εκπομπής του υδρογόνου!

Εάν ένα ηλεκτρόνιο στο επίπεδο ενέργειας που συνδέεται με τον ακέραιο αριθμό n₂ υφίσταται μια μετάβαση προς τον αριθμό ενεργειακού επιπέδου n₁, ποια είναι η μεταβολή της ενέργειας για το συγκεκριμένο ηλεκτρόνιο; Γράψτε το αποτέλεσμα σας εδώ.

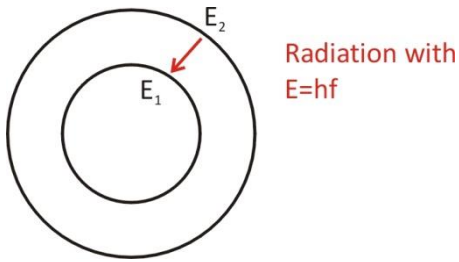
$\Delta E_{n2 \rightarrow n1} = \dots\dots\dots (9)$

Αν το ηλεκτρόνιο μεταβεί από μια κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας σε μια κατάσταση μικρότερης ενέργειας παράγεται ένα φωτόνιο με ενέργεια ίση με την αλλαγή ενέργειας

Αν η συχνότητα του φωτονίου βρίσκεται στο ορατό μέρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, θα δούμε το φωτόνιο ως φως συγκεκριμένου χρώματος.

Στο μαθησιακό σταθμό IV "Διαδικότητα κύματος-σωματιδίου" μελετήσαμε τη σχέση μεταξύ της ενέργειας ενός φωτονίου και της συχνότητας του συνδεδεμένου ηλεκτρομαγνητικού κύματος (τύπος Einstein-Planck). Αν υποθεθεί ότι το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο παίρνει την ενέργεια που χάθηκε από το ηλεκτρικό πεδίο, τότε η ενέργεια ΔE που κερδίζει το φωτόνιο σε σχέση με τη συχνότητα του φωτονίου είναι:

$\Delta E = \dots\dots\dots$



Τώρα μπορείτε να γράψετε την έκφραση για τη συχνότητα του ηλεκτρομαγνητικού κύματος που εκπέμπεται ως αποτέλεσμα της μετάβασης του ηλεκτρονίου του ατόμου του υδρογόνου μεταξύ των καταστάσεων που συσχετίζονται με αριθμούς n_2 και n_1 :

$f_{n_2 \rightarrow n_1} = \dots\dots\dots$

Επιτέλους!!! Αυτή είναι η έκφραση που προβλέπει τις συχνότητες των γραμμών εκπομπής του υδρογόνου!



Ελέγξτε το αποτέλεσμά σας με την παρακάτω εξίσωση:

$$f_{n_2 \rightarrow n_1} = \frac{m \cdot e^4}{8 \cdot \epsilon_0^2 \cdot h^3} \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

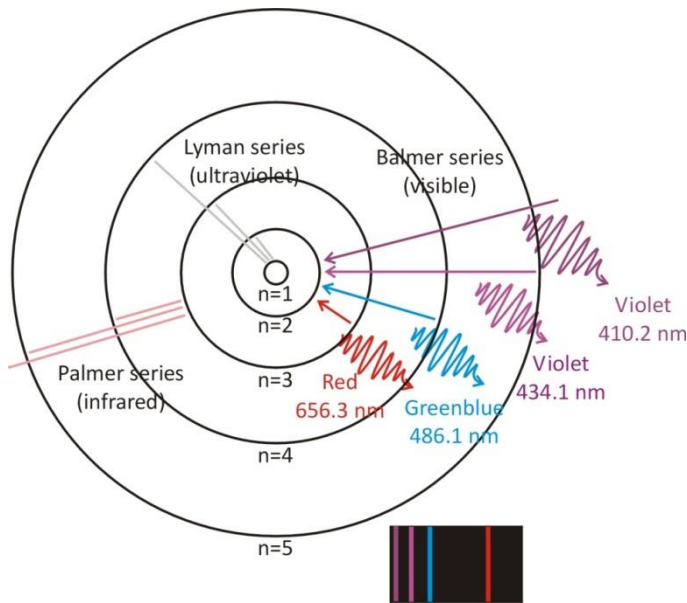
Είναι σωστό το αποτέλεσμά σας; Συγχαρητήρια! Μπορέσατε να προβλέψετε τις συχνότητες των γραμμών εκπομπής του υδρογόνου. (Μην πανικοβληθείτε εάν το αποτέλεσμά σας δεν είναι σωστό! Απλά γυρίστε πίσω και βρείτε το λάθος.)

6 Ερμηνεία του τύπου του Balmer

Τώρα συγκρίνετε το αποτέλεσμά σας με τον τύπο του Balmer. Τον είδατε στην αρχή αυτού του μαθησιακού σταθμού.

Ποια είναι η θεωρητική έκφραση για τη σταθερά R που εμφανίζεται στον τύπο του Balmer;

R=.....



Στο παρόν σχήμα μπορείτε να δείτε τους πρώτους τέσσερις πιθανούς κύκλους κατά μήκος των οποίων μπορεί να κινηθεί το κύμα του ηλεκτρονίου,

για τον ακέραιο αριθμό $n =$
 , , ,

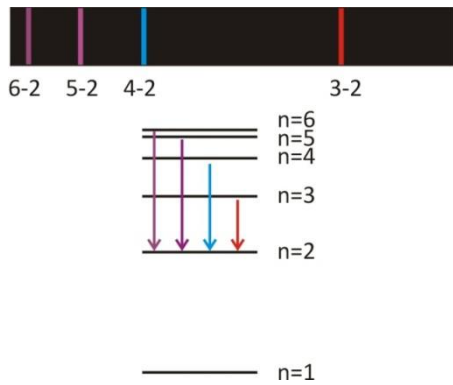
Οι ακτίνες αυτών των πιθανών κύκλων δίνονται από την έκφραση:

Όσο πιο μακριά βρίσκεται το ηλεκτρόνιο από τον πυρήνα, τόσο θα είναι η συνολική του ενέργεια. Όταν το ηλεκτρόνιο μεταβαίνει από μια κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας σε μια κατάσταση μικρότερης ενέργειας, (ή από έναν κύκλο με ακτίνα σε ένα κύκλο ακτίνας), παράγεται ένα **ΦΩΤΌΝΙΟ** με ενέργεια ίση με

$\Delta E =$

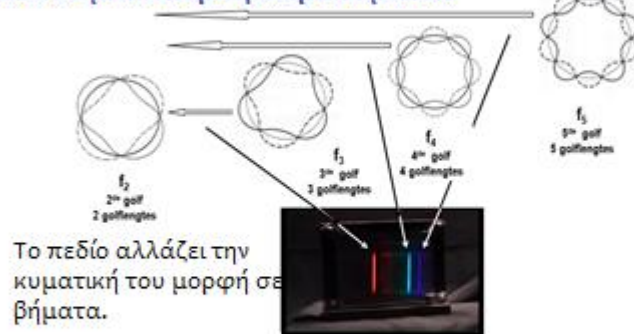
Οι ακέραιοι αριθμοί n_1 και n_2 που προσδιορίζουν μια ορισμένη μετάβαση είναι δυνατό να επιλεγούν με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Γιατί βλέπουμε μόνο τέσσερις γραμμές εκπομπής του υδρογόνου;

.....



Κβαντομηχανικό μοντέλο του ατόμου του Υδρογόνου

Υποθέστε ότι το υλικό πεδίο του ηλεκτρονίου μπορεί να υπάρξει μόνο σε μια διακριτή σειρά κυμάτων



Το πεδίο αλλάζει την κυματική του μορφή σε βήματα.



Αυτό το ΗΜ πεδίο μπορεί να εκπέμψει φωτόνια διακριτών χρωμάτων τα οποία ανταποκρίνονται ακριβώς στις ενεργειακές μεταπτώσεις του υλικού πεδίου.

7 Τρισδιάστατη γενίκευση: Τροχιακά

Όταν ένα ηλεκτρόνιο είναι συνδεδεμένο με ένα άτομο, το μήκος κύματός του πρέπει να προσαρμόζεται σε μια μικρή περιοχή. Αυτό σημαίνει ότι το κύμα εμφανίζεται σε περιορισμένη έκταση: ανακλώμενα κύματα θα πρέπει να συμβάλλουν ενισχυτικά με τα αρχικά. Αυτό οδηγεί στην κβάντωση των κυμάτων και την κβάντωση των ενεργειών των ηλεκτρονίων στα άτομα.

Ωστόσο, τα κύματα του De Broglie είναι 2-διάστατα. Στην πραγματικότητα τα ηλεκτρόνια παγιδεύονται από την ηλεκτρική έλξη του πυρήνα που συμβαίνει σε 3 διαστάσεις. Έτσι, τα κύματα πρέπει να παγιδεύονται επίσης σε 3 διαστάσεις. Ο Αυστριακός Φυσικός Erwin Schrödinger ξεκίνησε με υλικά κύματα De Broglie αλλά αντ' αυτών έψαξε για κυματικές λύσεις στις 3 διαστάσεις. Οι λύσεις είναι 3-διάστατα στάσιμα κύματα, τα οποία είναι γνωστά ως τροχιακά. Βλέπετε τα πιθανά τροχιακά του υδρογόνου στην εικόνα. Ο Schrödinger έγινε διάσημος με αυτό που σήμερα αποκαλούμε: «Κυματική εξίσωση Schrödinger».

Τα πρώτα τροχιακά του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα του υδρογόνου. Τα φωτεινά σημεία υποδηλώνουν μεγάλη πιθανότητα ενώ τα σκοτεινά χαμηλή πιθανότητα. (Πηγή: Florian Marquardt, Cond. Matter Physics, LMU University München)



Η κυματική εξίσωση του Schrödinger είναι πράγματι ένα φανταστικό εργαλείο: κάποιος μπορεί να βρει κυματικές λύσεις για κάθε χημικό στοιχείο. Έτσι, η κβαντική φυσική μπορεί να εξηγήσει όλα τα τροχιακά της χημείας! Είναι ακόμη δυνατόν να υπολογιστούν μοριακά τροχιακά και έτσι να εξηγηθεί γιατί υπάρχουν μόρια...

Ο Αυστριακός φυσικός Erwin Schrödinger ο οποίος γενίκευσε τα κύματα De Broglie σε τρισδιάστατα κύματα, τα οποία σήμερα γνωρίζουμε ως τροχιακά. Πρότεινε αυτό που σήμερα καλούμε: «Εξίσωση Schrödinger» της οποίας λύσεις είναι τα πιθανά κύματα.



Ο Einstein για το κβαντικό ατομικό μοντέλο:

... Η ανακάλυψη των σημαντικών νόμων των φασματικών γραμμών και των κελυφών των ηλεκτρονίων των ατόμων καθώς και η σημασία τους για τη χημεία μου φάνηκε σαν θαύμα και εξακολουθεί να φαντάζει σαν θαύμα σήμερα. Πρόκειται για την υψηλότερη μορφή μουσικότητας στη σφαίρα της σκέψης.

Έννοιες στον Σταθμό Μάθησης V

Συμπληρώστε προσθέτοντας τις έννοιες που λείπουν

Κλασσικές έννοιες:

Τα στάσιμα κύματα σε μια χορδή ή ένα μουσικό όργανο.

Διακριτές σειρές από τόνους, όπου η συχνότητα κάθε τόνου είναι ένα πολλαπλάσιο του θεμελιώδους τόνου, εμφανίζονται για ένα εντοπισμένο κύμα: αυτό είναι ένα παράδειγμα κλασσικής κβάντωσης.

Στάσιμα κύματα σε μια χορδή: το (ή η) των κυμάτων που επιβιώνουν μπορεί να πάρει μόνο διακριτές τιμές οι οποίες σχετίζονται με το μήκος του σχοινιού με βάση τη σχέση: $\lambda_n = 2 L / n$.

Κβαντικές έννοιες

Το κύμα του υλικού πεδίου του ηλεκτρονίου σε ένα άτομο είναι ένα «δεσμευμένο κύμα». De Broglie υπέθεσε ότι το υλικό κύμα του ατομικού ηλεκτρονίου θα μπορούσε να υπάρξει μόνο σε από συνδυασμούς στασίμων κυμάτων.

Η συνθήκη κβάντωσης για το ηλεκτρόνιο στο άτομο του υδρογόνου: το του ηλεκτρονίου θα πρέπει να είναι ένα ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους L της κυκλικής τροχιάς γύρω από τον πυρήνα.

Επειδή το ηλεκτρόνιο είναι επίσης ένα σύμφωνα με την υπόθεση του De Broglie, και επειδή κινείται σε έναν κύκλο, πρέπει να του ασκείται μια δύναμη η οποία δρά σαν κεντρομόλος δύναμη. Αυτή η δύναμη είναι η δύναμη που ασκείται από τον πυρήνα.

Το κβαντικό ατομικό μοντέλο του De Broglie επιτρέπει να κάνουμε μια ποσοτική πρόβλεψη των πιθανών αποστάσεων ανάμεσα σε ηλεκτρόνιο και πυρήνα: Αυτές οι αποστάσεις είναι κβαντισμένες!

Η **ακτίνα Bohr**, δηλαδή η μικρότερη πιθανή απόσταση ανάμεσα στο ηλεκτρόνιο και τον πυρήνα στο άτομο του υδρογόνου, δίνει την πιο πιθανή απόσταση ανάμεσα σε ηλεκτρόνιο και πυρήνα.

Η ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι κβαντισμένη στο ατομικό μοντέλο του De Broglie. Όσο πιο μακριά από τον πυρήνα βρίσκεται το ηλεκτρόνιο, τόσο θα είναι η ολική του ενέργεια.

Αν το ηλεκτρόνιο μεταβαίνει από μια κατάσταση με υψηλότερη ενέργεια σε μια κατάσταση με χαμηλότερη ενέργεια ένα φωτόνιο παράγεται με ενέργεια ίση με Η συχνότητα του φωτονίου μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας την φόρμουλα του Balmer.